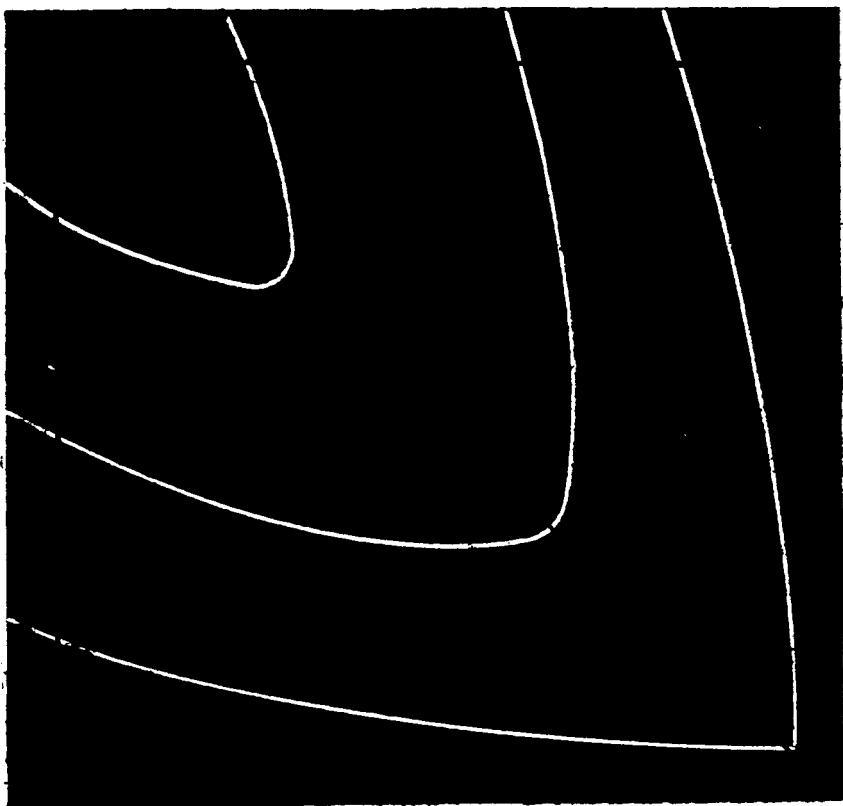


В. И. Мулин

**РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ
ТЕХНИКО-
ЭКОНОМИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ
ВЕРТИКАЛЬНОЙ
ПЛАНИРОВКИ
ТЕРРИТОРИЙ**



В. И. Мулин

РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ
ТЕХНИКО-
ЭКОНОМИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ
ВЕРТИКАЛЬНОЙ
ПЛАНИРОВКИ
ТЕРРИТОРИЙ



МОСКВА СТРОЙИЗДАТ 1974

Мулин В. И. Расчет основных технико-экономических параметров вертикальной планировки территорий. М., Стройиздат, 1974, 144 с.

В книге рассмотрена методика проектирования вертикальной планировки территорий в непосредственной связи с экономикой и технологией разработки и перемещения земляных масс. Даны наиболее совершенные по точности и менее трудоемкие способы расчета определяющих параметров, необходимых для составления техно-рабочего проекта, проектов организации строительства и производства работ, а также рекламаций на проектно-сметную документацию. Для наглядности приведены примеры подсчета объемов грунта и других параметров, подтверждающие рациональность применения данной методики.

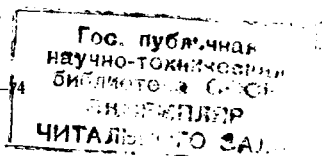
Книга предназначена для работников проектных и строительных организаций, а также для студентов строительных вузов и техникумов.

Табл. 30, ил. 41, список лит.: 41 назв.

© Стройиздат. 1974

М — 30207—400
047(01)—74

121—74



Виктор Иванович Мулин

74-26884

РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛАНИРОВКИ ТЕРРИТОРИИ

Редактор издательства *Н. И. Ларцева*
Внешнее оформление художника *К. Д. Юрченко*
Технические редакторы *В. Д. Павлова, Н. Г. Бочкова*
Корректор *Л. Л. Родичев*

Сдано в набор 9. I. 1974 г. Подписано к печати 5. IV. 1974 г.
Т-04795 Формат 84×108¹/₃₂ Бумага типографская № 2
7,56 усл. печ. л. (уч.-изд. 8,5 л.)
Тираж 13 000 экз. Изд. № AVI—4076 Зак. № 22 Цена 43 к.

Стройиздат
103777, Москва, Кузнецкий мост, 9

Подольская типография Союзполиграфпрома при
Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
г. Подольск, ул. Кирова, 25

При строительстве любого объекта, как правило, необходима вертикальная планировка территории. Этому вопросу посвящено много работ, но, к сожалению, в них не сделан акцент на технологию и экономику строительного производства. Известные на эту тему фундаментальные труды советских ученых-геодезистов носят теоретический характер, и переоценить их невозможно, но они рассматривают этот вопрос лишь с геодезических позиций и естественно не могут учитывать специфические требования современной технологии строительного производства. Краткие же сведения, приводимые в учебниках по технологии строительного производства, недостаточны для руководства при разработке проектов производства работ и организации строительства.

Попытку восполнить этот пробел взял на себя автор, посвятивший многие годы производственной деятельности рассматриваемой теме и пересмотру всего аналитического аппарата по расчету основных технико-экономических параметров вертикальной планировки территорий.

В основу данной книги положены труды автора, опубликованные за истекшее десятилетие в виде статей в журнале «Промышленное строительство» и частично в изданной в 1970 г. книге «Таблицы и номограммы для подсчета объемов земляных работ при вертикальной планировке» [16].

В книге приведены теоретические доказательства реальности новой методики расчета параметров вертикальной планировки и показано преимущество перед другими методами.

Книга рассчитана на специалистов, занимающихся проектированием, а также проведением вертикальной планировки территорий промышленных комплексов, городов и поселков, вскрышными горно-капитальными работами или торфоразработками. Она будет также полезна студентам строительных вузов и техникумов.

Автор приносит благодарность коллективу кафедры «Строительное производство» Ленинградского инженерно-строительного института, д-ру техн. наук, проф. Н. А. Смирнову и канд. техн. наук, доц. Л. Д. Акимовой

за помощь при разработке материалов в ходе исследований; ректору Тюменского индустриального института проф. А. Н. Косухину, ректору Целиноградского инженерно-строительного института канд. техн. наук, доц. Х. А. Асанбекову, проректорам канд. техн. наук, доц. А. Г. Чекаеву и доц. И. А. Багрову за помощь в подготовке рукописи, а также сотрудникам этого института Ж. А. Титовой, Н. Кощеевой, М. П. Гермес и А. Н. Солодовнику, принимавшим участие в оформлении графического материала.

Автор выражает также глубокую признательность рецензентам зав. лабораторией производства земляных работ ЦНИИОМТП Л. Лукьяненко и ст. научному сотруднику Б. Милашиной за ценные замечания по рукописи.

ВВЕДЕНИЕ

Капитальное строительство является одной из основных отраслей народного хозяйства. От успехов капитального строительства во многом зависит решение производственных и социально-экономических задач.

В девятой пятилетке общий объем капитальных вложений в народное хозяйство предусмотрен в сумме 501 млрд. руб., что на 42% больше, чем в восьмом пятилетии. При этом должно быть обеспечено их эффективное использование.

Выполнение народнохозяйственного плана неразрывно связано с дальнейшим совершенствованием социалистического производства. Директивами XXIV съезда КПСС намечено снизить на 3—5% сметную стоимость строительства за счет более рациональных проектных решений и повысить на 37% производительность труда. Эта ответственная задача возлагается не только на работников строительных и проектных организаций, но и на работников науки в области поисков более достоверного аппарата для инженерных решений, особенно связанных с трудоемкими процессами — земляными работами.

В среднем за восьмую пятилетку общий объем земляных работ составил около 8 млрд. м³ в год [1]. Значительная доля этого объема относится к земляным работам по вертикальной планировке территорий. В девятой пятилетке общий объем земляных работ должен составить 12—13 млрд. м³ в год [2]. Соответственно возрастет и объем земляных работ по вертикальной планировке (примерно до 1,5 млрд. м³ в год).

При вертикальной планировке территорий для выполнения земляных работ отвлекается, как правило, до 80% парка строительных машин (бульдозеров, скреперов, экскаваторов). В связи с большим объемом работ методика проектирования должна отвечать современным требованиям технологии строительного производства. Однако до сих пор еще не разработана последовательная методика проектирования вертикальной планировки территорий, позволяющая получать более достоверные решения, а следовательно, выявлять и лучше использовать резервы экономии строительного производства.

В большинстве известных в нашей стране и за рубежом фундаментальных трудов по вертикальной плани-

ровке (Е. Ф. Страментова, А. Е. Страментова, Н. Г. Видуева, В. П. Гржибовского, В. М. Станкеева, Е. А. Меркулова и др.) данный вопрос рассматривается с геодезических позиций в части преобразования рельефа массивов. В трудах ученых приводятся основные расчетные параметры, пригодные лишь для приближенной оценки стоимости работ на стадии технического проекта. За неимением других решений проектные организации вынуждены пользоваться этими данными на стадии разработки техно-рабочего проекта.

В некоторых учебниках по технологии строительного производства предлагается делать акцент на производственно-техническую сторону, чем обычно и руководствуются оргтехстрой, а также строительные организации при разработке проектов производства работ (ППР) и составлении рекламаций на проектно-сметную документацию. Однако и в этих предложениях при оценке способов определения того или иного параметра имеются разночтения, которые приводят к нерациональным решениям. Например, проектом вертикальной планировки площадки для Белорусского автомобильного завода в г. Жодино было запланировано завезти 1,2 млн. м³ грунта [3]. Это решение оказалось неэкономичным, так как в процессе строительства выявилась возможность уменьшить потребность в привозном грунте на 900 тыс. м³ и в результате снизить сметную стоимость на 1,5 млн. руб.

Одним из недостатков проектов вертикальной планировки, аналогичных приведенному в примере, является отсутствие технико-экономических обоснований. В большинстве случаев наиболее экономичным считается проект вертикальной планировки с «нулевым» балансом, когда суммарные объемы грунта выемки (срезки) равны суммарным объемам насыпи.

Значительный вклад в развитие методики проектирования внес канд. техн. наук Н. А. Корнеев. Разработанный им графоаналитический метод [4] позволяет учитывать в нулевом балансе земляных масс объемы котлованов, траншей, подсыпок под полы и проезды, обратных засыпок пазух котлованов и т. п. Однако, если использовать метод Корнеева в совокупности со способом квадратных призм, он не всегда даст рациональное решение. Отсюда следует, что графоаналитический ме-

год Корнеева должен быть дополнен условием применения более точного подсчета частных объемов собственно вертикальной планировки.

При оценке сметной стоимости земляных работ точность подсчета объемов грунта и точность расстояния его перемещения из зоны выемки в зону насыпи должны соответствовать принятой в ЕРЕР градации. Проектные же организации, как правило, определяют среднее расстояние перемещения грунта (или дальности его перевозки) «на глаз» или по грубоприближенным графическим методам.

Главным недостатком существующей методики проектирования земляных работ при вертикальной планировке является отсутствие метода подсчета себестоимости производства работ. Проектные организации, оргтехстрой и строительные организации при составлении проекта организации строительства (ПОС) и ППР руководствуются методом «шахматного» баланса, в результате чего на строительных площадках создаются излишние работы по перевалке грунта, а также бросовые работы, которые отвлекают большое число землеройных и землеройно-транспортных машин и неизбежно приводят к значительному повышению себестоимости.

Распределение земляных масс внутри строительной площадки представляет собой задачу на оптимизацию. Она может быть решена только на основе современных математических методов, в частности методами линейного программирования. Однако известные способы решения транспортно-экономической задачи оказываются неприемлемыми из-за сложности составления программ, неоправдываемого объема задачи, а также из-за ее технологической специфики.

При решении задачи на оптимизацию необходим точный подсчет частных объемов грунта по элементам картограммы (квадратам и их частям). Расчеты показывают, что подсчет по методу квадратных призм сводит к нулю решение задачи на оптимизацию. Профильные объемы, подсчитанные по этому методу, не соответствуют действительным и приводят к полному разрушению оптимального плана.

Из существующей методики следует принять лишь основную модель проекта — картограмму, представляющую собой план объекта планировки с нанесенной

на него сеткой квадратов. Некоторые авторы [5] считают, что на картограмму надо наносить сетку прямоугольников. Но такое членение картограммы значительно усложняет аналитический расчет и затрудняет трассировку сетки в натуре. Квадраты же всегда легко вписать в заводскую координатную сетку, которую иногда можно использовать в качестве сетки картограммы. Сетку квадратов можно также применять как нивелировочную сеть точек и числовую решетку. Кроме того, сетка квадратов удобна и для систематического учета выполненных объемов работ. Массы грунта, сосредоточенные в квадратах, рассматривают как выемки и насыпи, что облегчает применение теории линейного программирования при решении экономической задачи распределения и перемещения этих объемов.

С точки зрения современного строительного производства, технико-экономическими параметрами, обуславливающими экономику и технологию земляных работ, следует считать частные объемы выемки и насыпи V_i и их суммы V_B и V_H , соответственно, средневзвешенную дальность перемещения грунта $L_{\text{ср.взв}}$, суммарную работу по перемещению земляных масс W и минимальную суммарную работу землеройно-транспортных средств $\min W$.

Приведенные параметры в зависимости от области применения должны быть функционально взаимосвязаны. На рис. 1 показана логическая блок-схема, наглядно иллюстрирующая значимость параметров как исходных аргументов решения конечных задач (сметной стоимости, себестоимости технологической схемы трасс перемещения грунта) и взаимную информацию при проверке проектно-сметной документации строительными организациями, ставшей теперь обязательной.

Техно-рабочий проект на объект составляется проектными организациями; контроль за проектно-сметной документацией ведется подрядными строительными организациями, в частности управлениями механизированных работ; составлением проекта производства занимаются оргтехстрои.

С математических позиций все технико-экономические параметры следует рассматривать как функции на модели картограммы с размером сторон квадратов a . Тогда эти функции можно выразить формулами:

частный объем

$$V_i = f_1 (\sum H),$$

где $\sum H$ — сумма рабочих отметок в вершинах квадратов, взятых в определенном порядке в зависимости от метода подсчета;

суммарную работу по перемещению грунта из квадратов выемки в квадраты насыпи

$$W = f_2 (\sum V_i l_i);$$

средневзвешенную дальность перемещения грунта

$$L_{\text{ср. взв}} = f_3 (W) = f_3 [f_2 (\sum V_i l_i)];$$

минимальную суммарную работу

$$\min W = \min f_4 [f_2 (\sum V_i l_i)].$$

Как видно из приведенных формул, общим аргументом всех функций являются частные объемы, что свидетельствует о важности точного их определения. Вместе с тем не менее важным является усовершенствование самого аналитического аппарата расчета параметров — это устранил сложность и громоздкость аналитических операций.

Ниже дан анализ существующих методов расчета параметров и рассмотрена новая методика технико-экономических параметров, пригодная, по мнению автора, на всех этапах проектирования вертикальной планировки территорий.

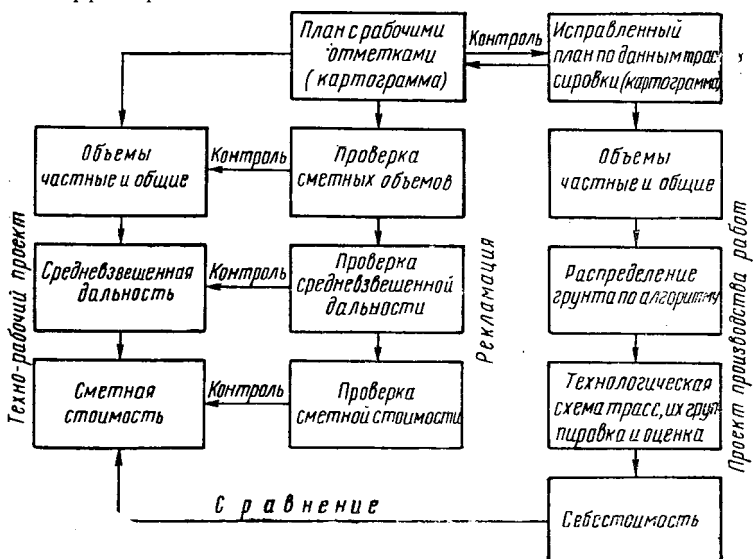


Рис. 1. Блок-схема функциональной взаимосвязи параметров на разных стадиях проектирования

Глава I. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛАНИРОВКИ

1. Классификация способов подсчета частных объемов земляных работ и аналитическая оценка их точности

Общеизвестны три способа подсчета частных объемов земляных работ при вертикальной планировке территории: поперечных профилей, квадратных и треугольных призм. Эти способы основаны на использовании сетки квадратов картограммы и имеют общий принцип геометрической интерпретации: дневная поверхность условно принимается за плоскость; боковыми гранями объемных контуров являются вертикальные плоскости, проведенные по линиям сетки; основанием служит проектная плоскость планировки (горизонтальная или с уклоном). С математической точки зрения, названия способов не соответствуют рассматриваемым формам. В толковом словаре математических терминов призма определяется как *многогранник, полученный от пересечения призматической поверхности двумя параллельными плоскостями* [6, с. 353]. Такие тела имеют место в том случае, когда дневная поверхность параллельна проектной планировочной плоскости, что не имеет смысла для вертикальной планировки. В действительности же получаются тела, изображенные на рис. 2. Как правило, одно из оснований (для выемки — верхнее, для насыпи — нижнее) не параллельно другому, так как наклон оснований зависит от величин рабочих отметок. Более того, в квадратных призмах дневная поверхность в большинстве случаев является не плоскостью, а произвольной поверхностью, что говорит о необоснованности принятой терминологии и, следовательно, о существовании погрешности в самой основе математического подхода.

Перечисленные выше способы подсчета частных объемов правильнее всего отнести к одному — методу призматойдов с разновидностями способов по форме оснований.

Призматойд — выпуклый многогранник, две грани которого, называемые основаниями, параллельны. В основаниях могут быть различные многоугольники, а

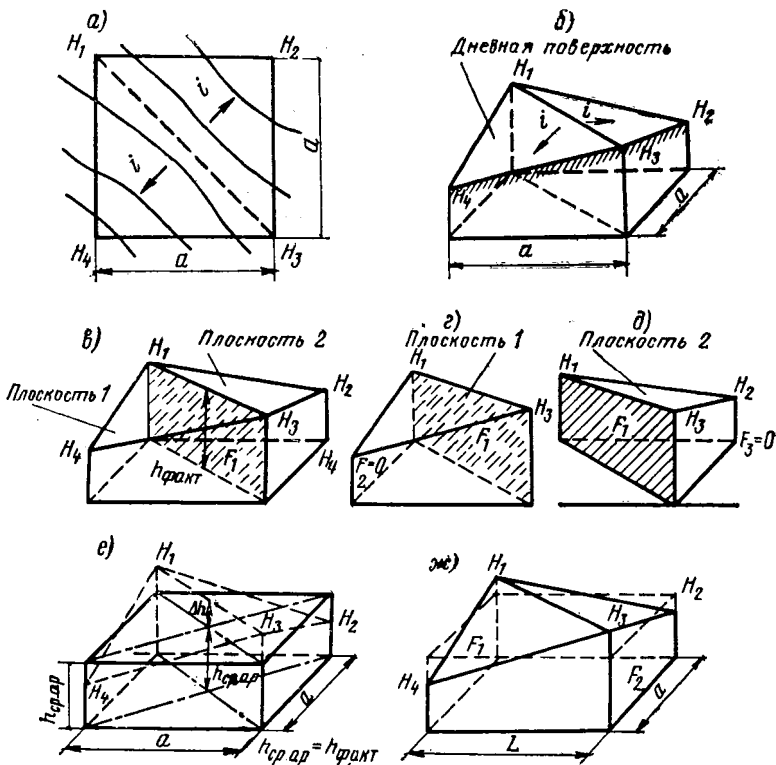


Рис. 2. Геометрическая интерпретация объемного контура на квадрате картограммы

a — план квадрата; б — аксонометрическая проекция; в, г, д — элементы контура при подсчете объемов по способу треугольников; е, ж — то же, по способу квадратов

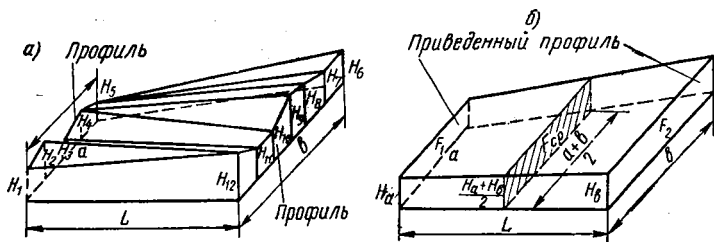


Рис. 3. Типичная схема призматоида при подсчете объемов по способу поперечных профилей (трапеций)

a — по отметкам картограммы; б — по приведенным среднеарифметическим значениям рабочих отметок

остальные грани (боковые) могут быть треугольниками и трапециями [6]. В интерпретации способа квадратных призм основаниями призматоида являются две любые противоположные вертикальные грани, в интерпретации способа поперечных профилей — грани профильных сечений, а в интерпретации способа треугольных призм — одно из оснований есть грань, переходящая в прямую линию, параллельную вертикальной плоскости, проведенной по диагонали квадрата.

На основании сказанного в методе призматоеидов целесообразнее принять следующую классификацию существующих способов подсчета частных объемов: вместо способа поперечных профилей — способ трапеции; вместо квадратных призм — способ квадратов; вместо треугольных призм — способ треугольников. Сущность такой классификации состоит не столько в правомерности названий, сколько в определении точности способов по их аналитической природе.

Известно, что при подсчете параметров по способу трапеций (здесь и в дальнейшем принята терминология по новой классификации) используется формула

$$V_{\text{тр}} = L \left(\frac{F_1 + F_2}{2} \right), \quad (1)$$

где L — расстояние между двумя смежными профильными сечениями, м;

F_1 и F_2 — площадь профильных сечений, м².

Формула (1) является приближенной формулой Винклера, обычно используемой при подсчете объемов протяженных сооружений (каналов, дамб, насыпей дорог и т. п.). Известно также, что для более точных подсчетов объемов по методу призматоеидов, особенно при значительных разностях высот смежных сечений с площадями F_1 и F_2 , применяется точная формула Винклера:

$$V_{\text{пр}} = L \left(\frac{F_1 + F_2}{2} - \Phi \right), \quad (2)$$

где Φ — поправка, зависящая от крутизны откосов и разности высот.

Поправка для протяженных сооружений имеет строгую математическую зависимость. Применять ее для призматоеидов картограммы не представляется возможным. В этом случае сечения призматоеидов, как указы-

вает проф. А. Е. Страментов [7], не имеют той закономерности, которая присуща линейным сооружениям с постоянным показателем откосов.

Следовательно, объем, подсчитанный по способу трапеций [формула (1)], имеет отклонение от истинной величины призматоида $V_{\text{пр}}$. Страментов считает, что по аналогии с протяженными сооружениями при подсчете способом трапеций получают объем больше истинного. Однако встречаются и такие сочетания профильных сечений, при которых объемы меньше.

На рис. 3 изображены схемы одного и того же призматоида (в натуральном виде и в приведенном, строго соответствующем принятой методике подсчета по поперечным профилям). Основания сечений a и b обычно не одинаковы, как и средние высоты сечений при них H_a и H_b . В зависимости от положения нулевой линии и рельефа могут быть случаи, когда при меньшем основании сечений высота их будет меньше, и наоборот. Соответственно этому и объем, подсчитанный по способу трапеций, $V_{\text{тр}}$ в одном случае больше, в другом меньше истинного объема призматоида $V_{\text{пр}}$.

Согласно рис. 3 можно записать:

$$V_{\text{тр}} = \frac{L}{2} (aH_a + bH_b), \quad (3)$$

что следует из приближенной формулы Винклера (1).

Истинный объем того же призматоида, согласно формуле Симпсона, равен:

$$V_{\text{пр}} = \frac{L}{6} [2(aH_a + bH_b) + (aH_b + bH_a)]. \quad (4)$$

Вычитая из выражения (3) выражение (4), получаем формулу абсолютной погрешности

$$\Delta V_{\text{тр}} = \frac{L}{6} [(aH_a + bH_b) - (aH_b + bH_a)] \quad (5)$$

или, разделив это выражение на выражение (3) и проведя некоторые преобразования, — формулу относительной погрешности

$$P_{\text{тр}} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{aH_b + bH_a}{aH_a + bH_b} \right). \quad (6)$$

Формула (6) позволяет установить область существования погрешности как функции и ее экстремумы при

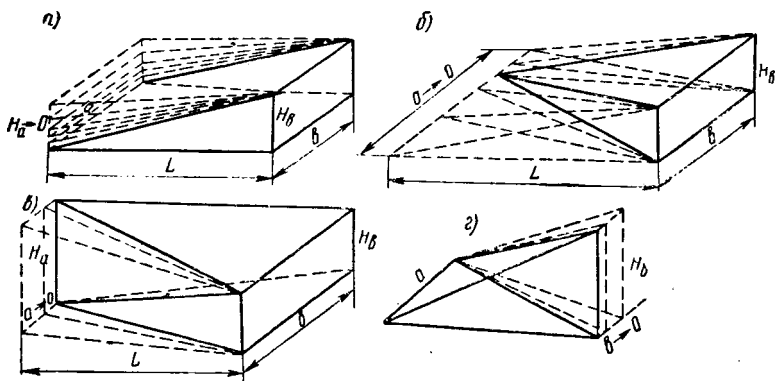


Рис. 4. Типичные изменения призматоида в зависимости от изменения высот и оснований профильных сечений
 a, b — приближение к форме клина; $в, г$ — превращение в тетраэдр

различных изменениях независимых переменных. Например, при H_a и H_b постоянных

$$\begin{aligned} a \rightarrow 0, \quad \text{idem } b \rightarrow \infty; \\ a \rightarrow \infty, \quad \text{idem } b \rightarrow 0; \\ a \rightleftharpoons b; \\ a < b. \end{aligned}$$

В таких соотношениях могут находиться и высоты H_a и H_b при a и b постоянных.

Исследуя зависимость в формуле (6), нетрудно найти экстремум погрешности. Например, при $H_a \rightarrow 0$

$$\lim_{H_a \rightarrow 0} P_{\text{тр}} = \frac{1}{3} \left(1 - \lim \frac{aH_b + bH_a}{aH_a + bH_b} \right) = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a}{b} \right), \quad (6a)$$

что соответствует приближению призматоида к форме клина (рис. 4,а).

При $a \rightarrow 0$ (рис. 4,б) погрешность достигает максимума:

$$\lim_{\substack{H_a \rightarrow 0 \\ a \rightarrow 0}} P_{\text{тр}} = \frac{1}{3} \left(1 - \lim \frac{a}{b} \right) = \frac{1}{3}, \quad \text{или } 33,3\%. \quad (6б)$$

При возрастании a до ∞ или стремлении b к нулю (рис. 4,б)

$$\lim_{\substack{H_a \rightarrow 0 \\ a \rightarrow \infty}} P_{\text{тр}} = \frac{1}{3} \left(1 - \lim \frac{a}{b} \right) = -\infty. \quad (6\text{в})$$

Точно такие же экстремумы получатся, если предположить, что одно из оснований стремится к нулю, а высоты изменяются от 0 до ∞ .

Тогда

$$\lim P_{\text{тр}} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{H_a}{H_b} \right). \quad (6\text{г})$$

Исследуя выражение (6г) на экстремум $H_a \rightarrow 0$ и $H_a \rightarrow \infty$, получаем такие же пределы погрешности, что и в формулах (6б) и (6в).

Следовательно,

$$V_{\text{тр}} \cong V_{\text{пр}}, \quad (7)$$

На основании изложенного сформулируем следующее правило: *объем, подсчитанный по способу трапеций, может превышать истинный объем максимально на 33,3% и быть меньше на 100 и более процентов.* В приведенной формулировке опущен термин «бесконечность» как экстремум чисто теоретический, не присущий типичным профилям картограммы.

Экстремальная интерпретация погрешности доказывает существование значительной действительности погрешности для реальных случаев. Рассмотрим это на примере.

Пример. Дано $H_a = \frac{1}{5} H_b$; $a = 5b$. Найти погрешность.

Решение

$$P_{\text{тр}} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{5bH_b + b\frac{H_b}{5}}{5b\frac{H_b}{5} + bH_b} \right) = \frac{1}{3} (1 - 2,6) = -0,53, \text{ или } -53\%.$$

что явно недопустимо.

Аналогичные соотношения между величинами оснований и средних высот присущи большинству случаев, когда нулевая линия пересекает профильные сечения не под прямым углом.

Подсчет объемов по способу квадратов, предложенный в 1929—1930 гг. инж. Г. Т. Зверевым и В. И. Стрельчевским, получил широкое распространение благодаря

его относительной простоте. Однако точность способа квадратов значительно уступает способу треугольников.

Подсчет объемов по способу треугольников был предложен еще в 1904 г. инж. В. Яциной и по праву назван им точным. Это позже подтвердили профессора Г. П. Матысик, А. А. Чечик, А. Е. Страментов, В. В. Чихачев, Н. А. Смирнов, Н. И. Пентковский и др. Однако степень погрешности способа квадратов в количественном выражении долгое время установить не удавалось. Первые попытки в поисках экстремумов погрешности сделали Г. П. Матысик [8] и А. А. Чечик [9]. В дальнейшем канд. техн. наук Н. Н. Раецким [10] были установлены пределы погрешности подсчета объема в полном однородном квадрате.

В целом же четкой количественной оценки погрешности способа квадратов не имелось, что естественно не способствовало его вытеснению из практики. Некоторые авторы [11] считали все способы подсчета объемов почти равноценными по точности, что справедливо лишь для суммарных объемов и только для участков со спокойным рельефом. Отдельные авторы высказывались против способа треугольников, базируясь на ошибочных представлениях о геометрических образах и субъективном понимании правила проф. В. В. Чихачева в части членения квадрата расчетной диагональю, параллельной направлению горизонталей.

Разночтение в оценке способов подсчета объемов явилось одной из причин предпочтения способу квадратов. Этим можно также объяснить застой в развитии и усовершенствовании способа треугольников.

Этот пробел восполнен автором [12—20]. По своей аналитической природе математическая модель способа квадратов основана на приближенной формуле Мурзо, что уже говорит о существовании погрешности по сравнению с точным объемом призматоида, определяемым по формуле Симпсона. Кроме того, погрешность способа квадратов элементарно объясняется тем, что квадрат всегда накрыт плоскостью. На рис. 5 изображена призма, усеченная плоскостью $ABCD$. В этом случае плоскость может существовать только при условии пересечения диагоналей в центре квадрата O . Следовательно, должно строго соблюдаться равенство

$$\frac{H_1 + H_3}{2} = \frac{H_2 + H_4}{2}, \text{ или } H_1 + H_3 = H_2 + H_4. \quad (8)$$

Рис. 5. Вид призматоида, когда способ квадратов не дает погрешности (редкий случай)

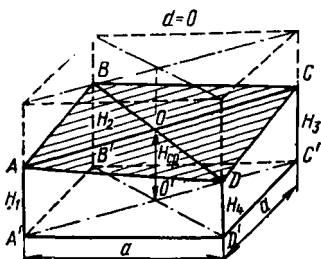
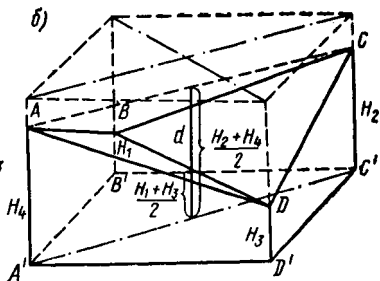
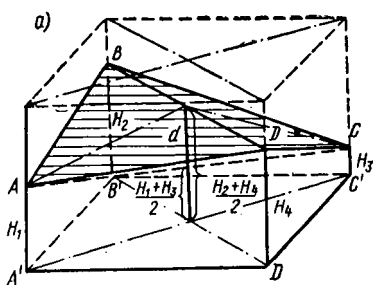


Рис. 6. Типичные формы призматоида, когда способ квадратов дает неизбежные погрешности

a — при выпуклом рельефе; *б* — при вогнутом рельефе



Нарушение равенства (8) свидетельствует о том, что диагонали не пересекаются, а перекрещиваются и что квадрат накрыт не одной плоскостью, а двугранной поверхностью с ребром по одной из диагоналей. Способ же квадратов пренебрегает этим фактором. Выражение (8) дает возможность судить о степени искажения рельефа, показателем которого является разность сумм накрест лежащих рабочих отметок:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= H_1 + H_3; \\ \sigma_2 &= H_2 + H_4. \end{aligned} \quad (9)$$

В этом случае разность d , как критерий достоверности, будет равна:

$$d = \sigma_1 - \sigma_2. \quad (10)$$

При $d=0$ плоскость проходит через все вершины квадрата, поэтому погрешность равна нулю.

При $d>0$ или $d<0$ одна из диагоналей является ребром двугранной поверхности, поэтому существует (рис. 6).

погрешность
Гос. публичная
научно-техническая
библиотека СССР
ЭКСПЛАТ
ЧИТАЛЬНЫЙ ЗАЛ

Общепринятая формула для подсчета объемов по способу квадратов имеет вид

$$V_{\text{кв}} = \frac{a^2}{4} (H_1 + H_2 + H_3 + H_4) \quad (11)$$

или, с учетом формулы (9),

$$V_{\text{кв}} = \frac{a^2}{4} (\sigma_1 + \sigma_2), \quad (12)$$

где a — размер стороны квадрата, м.

Формула (11) получена на основе приближенной формулы Мурзо

$$V_{\text{кв}} = L F_{\text{ср}}, \quad (13)$$

где $L = a$;

$$\begin{aligned} F_{\text{ср}} &= \frac{a}{2} \left(\frac{H_1 + H_2}{2} + \frac{H_3 + H_4}{2} \right) = \\ &= \frac{a}{4} [(H_1 + H_3) + (H_2 + H_4)] = \frac{a}{4} (\sigma_1 + \sigma_2). \end{aligned} \quad (14)$$

Подставив в формулу (13) $L = a$, а $F_{\text{ср}}$ из (14), получим такую же расчетную формулу (12).

При тех же исходных рабочих отметках (см. рисунок) можно более точно подсчитать объем по способу треугольников при членении квадрата на два объемных контура плоскостью, проведенной согласно правилу проф. В. В. Чихачева по диагонали, параллельной направлению горизонталей:

$$V_{\text{тр}}^{\text{кв}} = V'_{\text{тр}} + V''_{\text{тр}} = \frac{a^2}{2} \left(\frac{H_1 + H_2 + H_3}{3} + \frac{H_3 + H_4 + H_1}{3} \right).$$

Проведя преобразования и приняв по (9) обозначения, получим объем в целом на квадрат:

$$V_{\text{тр}}^{\text{кв}} = \frac{a^2}{6} (\sigma_1 + 2\sigma_2), \quad (15)$$

где σ_2 — сумма накрест лежащих отметок по расчетной диагонали H_2H_4 . Формула (15) является точной, и это можно доказать.

Запишем выражение, составленное на основе точной формулы призматоида Симпсона:

$$V_{\text{тр}}^{\text{кв}} = \frac{a}{6} (F_1 + F_2 + 4F_{\text{ср}}), \quad (16)$$

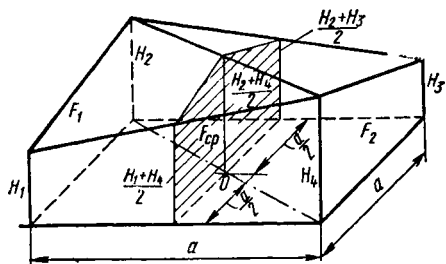
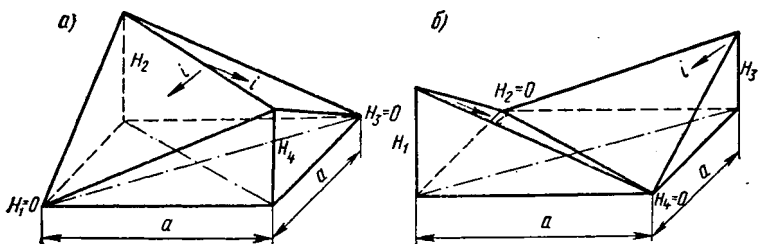


Рис. 7. Расчетная схема призматоида к выводу точной формулы объема в целом на квадрат по способу треугольников

Рис. 8. Схемы призматидов при экстремальных соотношениях сумм накрест лежащих рабочих отметок

a — предельно выпуклый рельеф при погрешности $-33,3\%$; *b* — предельно вогнутый рельеф при погрешности $+33,3\%$



где, приняв во внимание обозначения на рис. 7,

$$F_1 = a \frac{H_1 + H_2}{2};$$

$$F_2 = a \frac{H_3 + H_4}{2};$$

$$F_{cp} = \frac{a}{2} \left[\left(\frac{H_2 + H_3}{2} + \frac{H_2 + H_4}{2} \right) \frac{1}{2} + \left(\frac{H_2 + H_4}{2} + \frac{H_1 + H_4}{2} \right) \frac{1}{2} \right] = \frac{a}{8} (\sigma_1 + 3\sigma_2).$$

Подставим значения F_1 , F_2 и F_{cp} в формулу (16) и преобразуем ее — это и будет точная формула (15) для подсчета объема призматоида в целом на квадрат. Таким образом, устраняется один из главных недостатков способа треугольников (подсчет объемов по каждому треугольнику) и вдвое сокращается трудоемкость вычислений по сравнению с существующей методикой.

Используя метод математического сравнения, автор определил строгую зависимость погрешности способа квадратов по сравнению с точной формулой (15).

Абсолютная погрешность равна:

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{кв}} = V_{\text{кв}} - V_{\text{тр}}^{\text{кв}} &= a^2 \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{4} - \frac{\sigma_1 + 2\sigma_2}{6} \right) = \\ &= \frac{a^2}{12} (\sigma_1 - \sigma_2); \end{aligned} \quad (17)$$

относительная погрешность составляет

$$P_{\text{кв}} = \frac{\Delta V_{\text{кв}}}{V_{\text{кв}}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{3(\sigma_1 + \sigma_2)}. \quad (18)$$

На основании формул (17) и (18) были установлены следующие правила:

1. Абсолютная погрешность при подсчете по способу квадратов частных однозначных объемов равна $1/12$ разности сумм накрест лежащих рабочих отметок, умноженной на площадь квадрата.

2. Относительная погрешность при подсчете по способу квадратов частных однозначных объемов равна частному от деления разности накрест лежащих рабочих отметок на их утроенную сумму.

Формула относительной погрешности (18) весьма удобна для исследования на экстремум.

При $\sigma_1 \rightarrow 0$ (предельно выпуклый рельеф в границах квадрата на рис. 8, а)

$$\lim_{\sigma_1 \rightarrow 0} P_{\text{кв}} = \frac{1}{3} \lim_{\sigma_1 \rightarrow 0} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} = -\frac{1}{3}, \quad \text{или} \quad -33,3\%;$$

при $\sigma_2 \rightarrow 0$ (предельно вогнутый рельеф на рис. 8, б)

$$\lim_{\sigma_2 \rightarrow 0} P_{\text{кв}} = \frac{1}{3} \lim_{\sigma_2 \rightarrow 0} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} = \frac{1}{3}, \quad \text{или} \quad +33,3\%.$$

Установленные экстремумы погрешности однозначно свидетельствуют о том, что способ квадратов таит в себе почти те же ошибки, что и способ трапеций (поперечных профилей). Это согласуется с аналитической природой обоих способов, базирующихся на приближенных формулах (Мурзо и Винклера соответственно).

Профессорами Н. А. Смирновым [21, 22] и А. В. Сошиным [23] выведена следующая зависимость между приближенными формулами Винклера, Мурзо и точной формулой призматоида Симпсона при расчете объемов линейных сооружений:

$$V_{\text{по Винклеру}} > V_{\text{по Симпсону}} > V_{\text{по Мурзо}}. \quad (19)$$

Для призматондов картограммы зависимость будет двузначной, т. е.

$$V_{\text{пп}} \cong V_{\text{тр}}^{\text{кв}} \cong V_{\text{кв}}. \quad (20)$$

Изложенное свидетельствует о том, что применять способ квадратов и способ трапеций для подсчета частных объемов не рекомендуется.

Используя способ треугольников, необходимо строго соблюдать правило проф. В. В. Чихачева [25] — при выборе расчетной диагонали в формуле (15) удваивать сумму накрест лежащих отметок σ_2 . В противном случае это приведет к грубой погрешности с экстремумами (при вогнутом рельефе до 50%, при выпуклом до 100%).

Если, согласно рис. 8, принять σ_2 в одном случае по диагонали H_1H_3 , а в другом — по диагонали H_2H_4 , получим абсолютную погрешность

$$\Delta V = \frac{a^2}{6} [(2\sigma_1 + \sigma_2) - (\sigma_1 + 2\sigma_2)] = \frac{a^2}{6} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (21)$$

и относительную $P = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2}$. (22)

Исследуя формулу (22), находим следующую закономерность:

при $\sigma_1 \rightarrow 0$

$$\lim_{\sigma_1 \rightarrow 0} P = \lim \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2} = \frac{-\sigma_2}{\sigma_2} = -1, \text{ или } -100\%;$$

при $\sigma_2 \rightarrow 0$

$$\lim_{\sigma_2 \rightarrow 0} P = \lim \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma_1 + \sigma_2} = \frac{\sigma_1}{2\sigma_1} = \frac{1}{2}, \text{ или } +50\%.$$

Данное положение было высказано еще в 1953 г. канд. техн. наук Н. Н. Раецким. Но некоторые авторы [11] относили это к недостатку способа треугольников.

В литературе сравнительно мало обращалось внимания на точность подсчета объемов в переходных квадратах, в которых согласно методике способа квадратов одна часть объема грунта представляет выемку, другая — насыпь. Их разграничивает нулевая линия (рис. 9), образуя в основном два случая: 1 — массивы грунта с пятиугольным основанием по одну сторону и с треугольным по другую (рис. 9,а и в); 2 — массивы с трапецидальными основаниями по обе стороны (рис. 9,б и г).

В. И. Стрельчевским предложено несколько точных

формул для разных фигур, но из-за сложности они не получили применения. Широкое распространение получила лишь его приближенная формула для любого случая пересечения сторон квадрата нулевой линией:

$$V_{в(н)} = \frac{a^2}{4} \cdot \frac{(\sum H_{в(н)})^2}{\sum H_{общ}} \quad (23)$$

где индексы «в» и «н» указывают на выемку (в м³) и насыпь соответственно: a — сторона квадрата, м; $\sum H_{общ}$ — без учета знаков ($\sum H_{общ} = \sum H_{в} + \sum H_{н}$).

В. И. Стрельчевским рекомендуется применять формулу (23) при условии, что $H_{макс} \leq 0,8$ м. Во всех других случаях она дает значительные погрешности. Этому не учитывают многие авторы, более того они принимают ее за основу построения таблиц для подсчета земляных работ при любых значениях рабочих отметок, превышающих 0,8 м.

Формула (23) основана на приближенной формуле Мурзо (13), и это легко доказать.

В призматоиде $ABCD$ (рис. 9,б) средняя высота грани AB равна:

$$H_{ср. в} = \frac{H_2 + H_3}{2};$$

по грани EK

$$H_{ср. н} = \frac{H_1 + H_4}{2}.$$

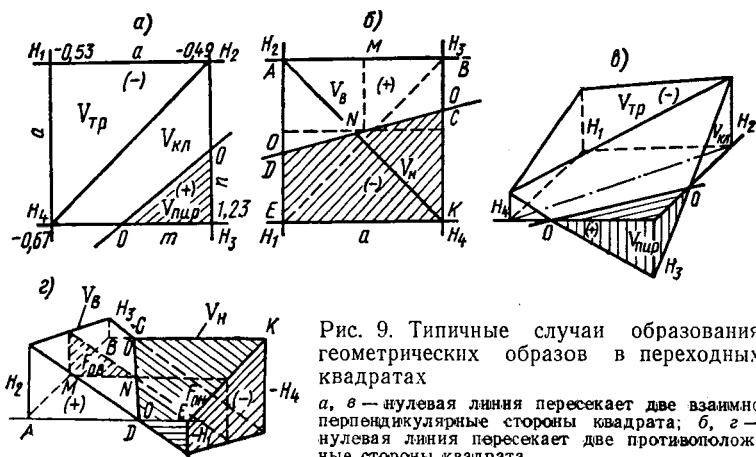


Рис. 9. Типичные случаи образования геометрических образов в переходных квадратах

а, в — нулевая линия пересекает две взаимно перпендикулярные стороны квадрата; б, г — нулевая линия пересекает две противоположные стороны квадрата

Аналитическое выражение величины основания в среднем сечении MN можно найти по геометрическому подобию аналогично тому, как определяют положение нулевой линии в учебниках по технологии строительного производства [21—23, 25]. Кратко запишем так:

$$MN = \frac{a (H_2 + H_3)}{\sum H_{\text{общ}}}.$$

Соответственно средняя площадь сечения призматоида $ABCD$ будет равна:

$$F_{\text{ср}} = MN \frac{H_{\text{ср. в}}}{2} = \frac{a (H_2 + H_3)^2}{4 \sum H_{\text{общ}}}.$$

Подставляя полученное выражение в формулу Мурзо (13) с учетом $L=a$, получаем формулу В. И. Стрельчевского (23):

$$V_{\text{в}} = \frac{a}{4} \cdot \frac{(H_2 + H_3)^2}{\sum H_{\text{общ}}} = \frac{a^2}{4} \cdot \frac{(\sum H_{\text{в}})^2}{\sum H_{\text{общ}}}.$$

В «Сборнике задач по производству строительных работ» [26] проф. Н. И. Пентковским приводятся формулы:

$$V_{\text{н}} = \frac{a^2}{8} \left(\frac{H_1}{H_1 + H_2} + \frac{H_4}{H_3 + H_4} \right) (H_1 + H_4), \quad (24)$$

$$V_{\text{в}} = \frac{a^2}{8} \left(\frac{H_2}{H_1 + H_2} + \frac{H_3}{H_3 + H_4} \right) (H_2 + H_3). \quad (25)$$

Нами установлено, что аналитическая природа этих формул также основана на приближенной формуле Мурзо, но с более грубыми допущениями: трапеция здесь превращена в равновеликий по площади прямоугольник шириной MN , длиной a (рис. 9,б).

Примем

$$L = MN = \frac{AD + CD}{2}; \quad F_{\text{ср}} = \frac{F_{AB} + F_{CD}}{2},$$

где

$$AD = \frac{a H_2}{H_1 + H_2}; \quad CD = \frac{a H_3}{H_3 + H_4};$$

$$F_{AB} = \frac{a (H_2 + H_3)}{2}; \quad F_{CD} = 0.$$

Тогда

$$L = \frac{a}{2} \left(\frac{H_2}{H_1 + H_2} + \frac{H_3}{H_3 + H_4} \right);$$

$$F_{\text{ср}} = \frac{a}{4} (H_2 + H_3).$$

Таким образом, получаем выражение (25). Эту формулу можно рассматривать и как математическую модель равновеликой четырехугольной призмы высотой

$$H_{\text{ср. взв}} = \frac{H_2 + H_3 + 0 + 0}{4}.$$

То же самое получим, если будем рассматривать объемный контур как четырехугольную неправильную призму высотой $H_{\text{ср}} = \frac{H_2 + H_3}{4}$ с основанием $ABCD$. Здесь, подобно полным квадратам, поверхность естественного рельефа аппроксимируется как плоскость, что и составляет существо ошибки. Кроме того, произвольно принимается, что эта плоскость является общей для обеих частей квадрата.

Приемы определения $V_{\text{в}}$, $V_{\text{н}}$ известны также и по формулам

$$V_{\text{в}} = a \rho_{\text{в}} H_{\text{ср.в}}; \quad (26)$$

$$V_{\text{н}} = a \rho_{\text{н}} H_{\text{ср.н}}, \quad (27)$$

где $\rho_{\text{в}}$ и $\rho_{\text{н}}$ — длины средних линий трапеций (рис. 10,б), остальные обозначения те же.

Значения $\rho_{\text{в}}$ и $\rho_{\text{н}}$ рекомендуется находить аналитически или графически. Формулы (26) и (27) имеют ту же природу, что и приближенная формула Мурзо.

Тот же принцип лежит в основе способа нахождения объемов в пятиугольной призме. При этом треугольная часть (рис. 10,а) по способу квадратов определяется в соответствии с формулой объема пирамиды с треугольным основанием и площадью $F_{\text{тр}} = \frac{db}{2}$.

Объем пятиугольной призмы подсчитывают следующим образом:

$$V = (a^2 - F_{\text{тр}}) \frac{\sum_1^5 H}{5}. \quad (28)$$

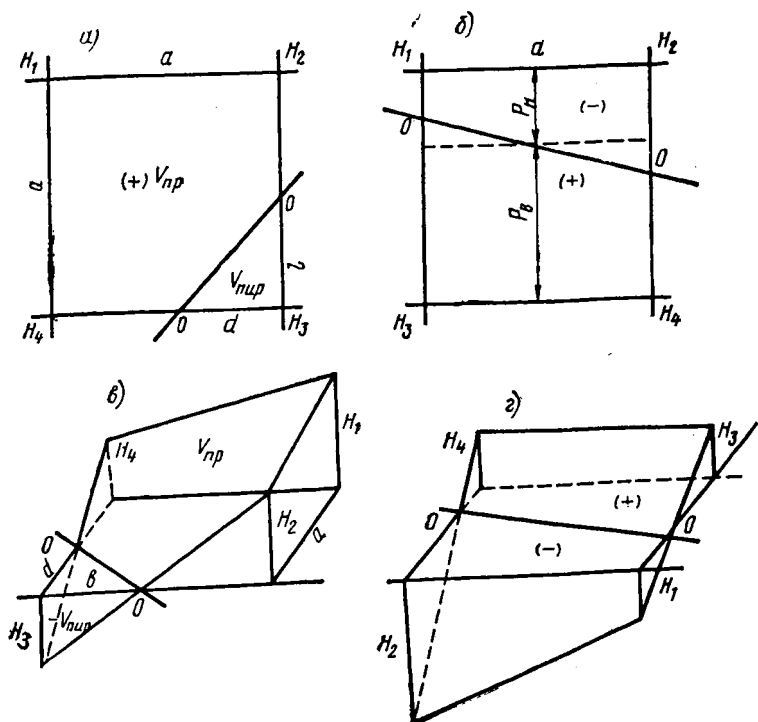
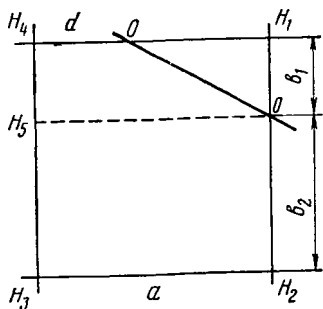


Рис. 10. Расчетные схемы для подсчета объемов в переходных квадратах по формуле (28)

а, в — нулевая линия образует пирамиду и пятиугольную призму; б, г — нулевая линия образует два трапециевидальных призматоида

Рис. 11. Расчетная схема членения переходного квадрата на элементы при подсчете объемов по формуле (29)



Инженерами В. А. Ломакиным и Д. Н. Марковым был предложен [27] еще один способ подсчета объема для пятиугольного участка (рис. 11), основанный на расчленении переходного квадрата на трапецию и прямоугольник по формуле

$$V = V_1 + V_2 = \left(\frac{H_4 + H_5}{4} \cdot \frac{d + c}{2} b_1 \right) + \left(\frac{H_5 + H_2 + H_3}{4} \right) ab_2. \quad (29)$$

Эта формула, как видно, усложняет вычисления и дает погрешности больше, чем указанные выше формулы, поэтому применять ее не рекомендуется.

Инж. Я. М. Хайкиным [28] было предложено подсчитывать объемы по разработанным им номограммам (рис. 12), теоретической основой которых является все та же формула Мурзо. По этим графикам объем пятиугольной части квадрата определяется раздельно: по двум призмам и пирамиде. Помимо громоздкости приемов по номограммам предложенный Я. М. Хайкиным способ дает погрешность больше (за счет искажения рельефа), чем предыдущие. В действительности, в таком призматоиде с пятиугольным основанием (см. рисунок) будут клин и призматоид с треугольным основанием, разделенные линией перелома (диагональю) согласно правилу проф. В. В. Чихачева.

Поскольку рассмотренные способы предполагают существование общей плоскости для обеих частей объемов переходного квадрата, все они могут быть сопоставлены с методикой способа треугольников при помощи единого критерия — балансового объема. Другой общий критерий установить трудно.

Для первого случая (см. рис. 10,а) балансовые объемы равны:

по способу квадратов

$$V_{б.кв} = \frac{a^2}{4} (-H_1 - H_2 + H_3 - H_4),$$

или, приняв с учетом знаков $\sigma_1 = -H_1 + H_3$, $\sigma_2 = -(H_2 + H_4)$,

$$V_{б.кв} = \frac{a^2}{4} (\sigma_1 + \sigma_2); \quad (30)$$

по способу треугольников

$$V_{б.тр}^{кв} = \frac{a^2}{6} (-H_1 - 2H_2 - 2H_4 + H_3) = \frac{a^2}{6} (\sigma_1 + 2\sigma_2). \quad (31)$$

Аналогичные формулы будут и для второго случая (см. рис. 10,б). Суммы накрест лежащих рабочих отметок σ_1 , σ_2 принимаются также и алгебраическими, т. е. с учетом знаков $\pm H$.

Значения абсолютной и относительной погрешности получают по тем же формулам, что и для полных квадратов [(17) и (18)]. Но область существования пределов и их значений иная. Например, σ_1 положительна, а

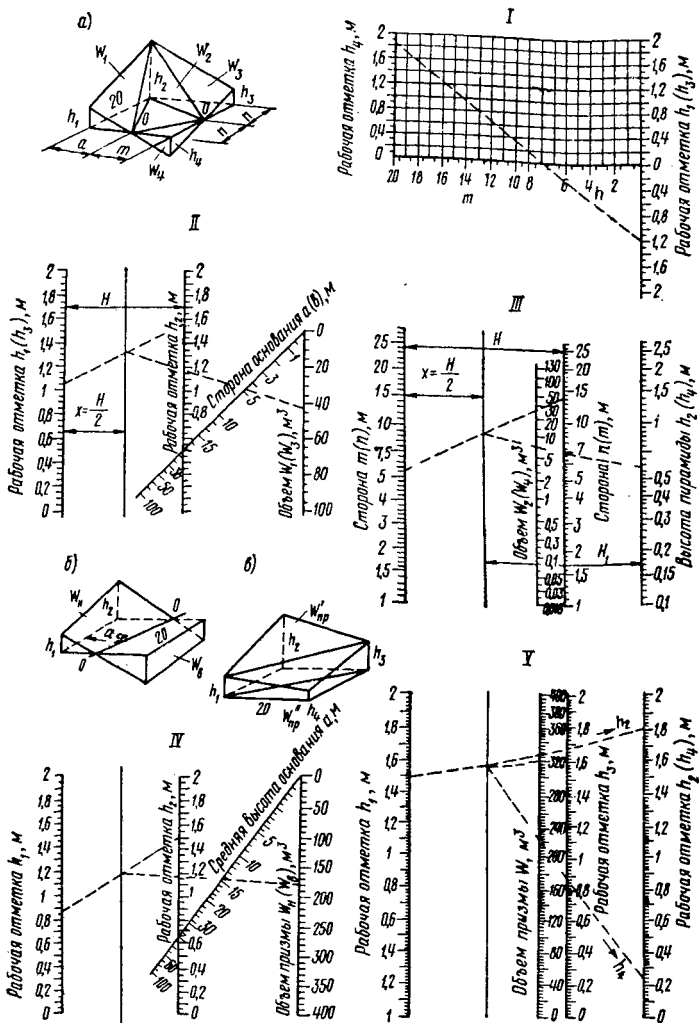


Рис. 12. Номограммы Я. М. Хайкина для подсчета объемов в переходных квадратах

a — разделенных на четыре элемента ($W_1—W_4$); *б* — разделенных на два элемента (W_H и W_B); *в* — разделенных на две треугольные призмы; I—V — номограммы для определения соответственно отрезков m и n , отсекаемых нулевой линией, объемов W_1 и W_3 (схема *a*), W_H , W_B (схема *б*) и треугольных призм (схема *в*)

σ_2 отрицательна; они равны между собой по абсолютной величине. Тогда предел погрешности

$$\lim_{|\sigma_1| \rightarrow -|\sigma_2|} P_{\text{б.кв}} = \lim \frac{\sigma_1 - (-\sigma_2)}{3 [\sigma_1 + (-\sigma_2)]} = \lim \frac{2 \sigma_2}{3 (\sigma_2 - \sigma_2)}.$$

Формально подстановливать здесь пределы нельзя, так как знаменатель стремится к нулю. Но числитель не стремится к нулю, поэтому на основании второй теоремы о бесконечно малых предел обратной величины равен:

$$\lim \frac{1}{P_{\text{б.кв}}} = \frac{2 (\sigma_2 - \sigma_2)}{2 \sigma_2} = \frac{0}{2 \sigma_2} = 0.$$

Следовательно,

$$\lim_{|\sigma_1| \rightarrow -|\sigma_2|} P_{\text{б.кв}} = \infty.$$

С другой стороны, если предположить, что σ_1 и σ_2 положительны (объем выемки превышает объем насыпи) и $|\sigma_1| \rightarrow |\sigma_2|$ (нулевой баланс объемов), то

$$\lim P_{\text{б.кв}} = \frac{1}{3} \lim \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} = \frac{0}{6 \sigma_2} = 0.$$

Характерным локальный экстремум будет в том случае, когда одна из сумм противоположных отметок стремится к нулю, например $\sigma_1 \rightarrow 0$. Тогда

$$\lim_{\sigma_1 \rightarrow 0} P_{\text{б.кв}} = \frac{1}{3} \lim \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{0 - \sigma_2}{3 (0 + \sigma_2)} = -\frac{1}{3}, \text{ или } 33,3\%.$$

Аналогично определяют экстремумы при обратных знаках переменных. В этом случае экстремумы будут иметь противоположные знаки.

На основании изложенного установлено правило, аналогичное правилам, перечисленным в пп. 1 и 2:

относительная погрешность в подсчете балансовых объемов по способу квадратов равна частному от деления разности алгебраических сумм накрест лежащих рабочих отметок на их утроенную сумму и изменяется от 0 до ∞ .

При этом нельзя не заметить общности в закономерности изменения экстремумов погрешности в полных квадратах с однородными по знаку объемами и в переходных. В пределах погрешности до 33,3% область существования для них общая, что позволяет принять погрешность в целом для всего способа квадратов. На-

помним, что экстремумы $\pm\infty$ чисто теоретические и что погрешность раздельно по частям выемки и насыпи будет несколько отличаться от погрешности их баланса, но все равно достигает значительных величин. Суммарная погрешность в большинстве случаев накапливается за счет переходных квадратов, особенно при сложном рельефе, и, в частности, при использовании приемов подсчета пятиугольной призмы. Рассмотрим это на примере.

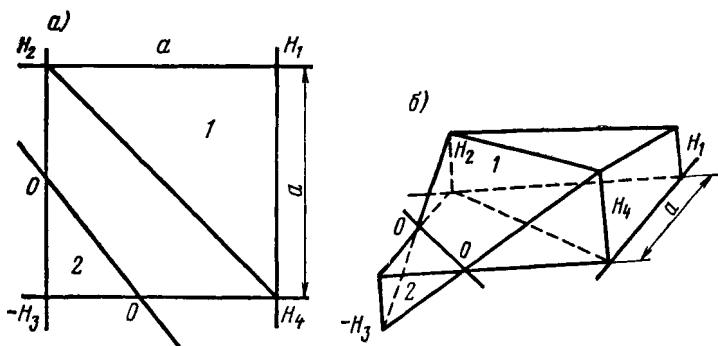


Рис. 13. Фрагмент картограммы

a — план; *б* — аксонометрическая проекция; 1 — призма с пятиугольным основанием в интерпретации способа квадратов; 2 — пирамида

Пример. Дан переходный квадрат с рабочими отметками (рис. 13) в выемке $H_3=1,23$ м, в насыпи $H_4=-0,67$ м, $H_1=-0,53$ м; $H_2=0,49$ м. Сторона квадрата *a* равна 40 м.

Решение. Балансовый объем по способу квадратов составляет:

$$V_{б.кв} = \frac{1600}{4} [(1,23 - 0,53) - (0,49 + 0,67)] = -184 \text{ м}^3;$$

балансовый объем по способу треугольников (при расчетной диагонали H_2H_4)

$$V_{б.тр}^{кв} = \frac{1600}{6} [(1,23 - 0,53) - 2(0,49 + 0,67)] = -423 \text{ м}^3.$$

Абсолютная погрешность равна:

$$\Delta V_{б.кв} = -184 - (-432) = 248 \text{ м}^3;$$

относительная

$$P_{б.кв} = \frac{248}{184} 100 = 135\%.$$

Это можно получить сразу по формулам (17)—(18).

Относительная погрешность в объемах отдельно для выемки и насыпи будет меньше 135%, но также недопустимо большой. Абсолютная же погрешность не изменится. В этом легко убедиться, сравнив объемы насыпи.

Объем пятиугольной части V_5 , по Н. И. Пентковскому и др. [26], определяют через балансый объем, т. е.

$$V_5 = \pm V_6 - (\pm V_{\text{пир}}); \quad (32)$$

объем пирамиды — по способу треугольников по формуле

$$V_{\text{пир}} = \frac{a^2}{6} \cdot \frac{H_3^3}{(H_1 + H_2)(H_2 + H_3)}. \quad (33)$$

Для рассматриваемого примера рабочая отметка H_1 в формуле (33) соответствует отметке $H_4 = 0,67$ м. Следовательно, объем пирамиды составляет

$$V_{\text{пир}} = \frac{1600}{6} \cdot \frac{1,23^3}{(0,67 + 1,23)(0,49 + 1,23)} = 152 \text{ м}^3.$$

В этом случае объем насыпи будет равен: по способу квадратов

$$V_{\text{н.кв}} = -184 - (+152) = -336 \text{ м}^3;$$

по способу треугольников

$$V_{\text{н.тр}} = -432 - (+152) = -584 \text{ м}^3.$$

Абсолютная погрешность составляет:

$$\Delta V_{\text{н.кв}} = -336 - (-584) = +248 \text{ м}^3,$$

относительная —

$$P_{\text{н.кв}} = \frac{248}{336} \cdot 100 = 74\%,$$

что меньше погрешности балансый объема, но недопустимо велико. Величина же абсолютной погрешности не изменилась и по отношению к объему насыпи (248 м³).

Сравним объем, подсчитанный по формуле (28), предварительно найдя $d = 26$ м и $l = 29$ м:

$$V'_{\text{кв.5}} = - \left(1600 - \frac{26 \cdot 29}{2} \right) \frac{0,49 + 0,67 + 0,53 + 0 + 0}{5} = -413 \text{ м}^3.$$

При этом абсолютная погрешность равна:

$$\Delta V'_{\text{кв.5}} = -413 - (-584) = 171 \text{ м}^3;$$

относительная

$$P'_{\text{кв. 5}} = \frac{171}{413} 100 = 42\%.$$

Также велика погрешность подсчета объема пятиугольной призмы по способу Я. М. Хайкина [28]. В рассматриваемом примере объем равен 332 м³, а погрешность составляет 76%, что равносильно погрешности приема определения объема через балансовый объем с пятиугольной призмой. Если учесть, что кропотливые операции по составлению номограмм Я. М. Хайкина занимают почти в 10 раз больше времени, чем аналитические, то становится очевидным неприемлемость этой методики.

Приведенный анализ позволяет с полным основанием сделать вывод, что *подсчет частных объемов по способу квадратов может привести к грубым ошибкам даже в тех случаях, когда частные погрешности взаимно погашаются и общий объем земляных работ на площадке мало отличается от действительного.*

Чтобы убедиться в важности этого вопроса, достаточно привести следующий пример.

Для строительства одного промышленного комплекса требовалась вертикальная планировка площадки, сложенной из скальных грунтов. Объемы были подсчитаны по способу квадратов. Работы по рыхлению такого грунта вели взрывным способом на уменьшенный горн с последующей разработкой взорванной массы горными экскаваторами и вывозом ее автосамосвалами. Массу зарядов рассчитывали на каждый квадрат в зависимости от объемов. В результате взрыва оказалось, что в одних квадратах произошел выброс грунта, т. е. усиленный горн против расчетного на вспучивание, а в других, наоборот, взрыв получился почти камуфлетным и должного раздробления не произошло. Причиной этому явилось несоответствие расчетных частных объемов массе зарядов, что было установлено позже пересчетом объемов по способу треугольников по тем же нивелировочным данным. Строительная организация понесла убытки: пришлось дополнительно забуривать шпуры и повторять взрывные работы.

Суммарная погрешность в целом на участок планировки была установлена автором из следующих рассуждений для двух случаев рельефа: 1) горизонтали на-

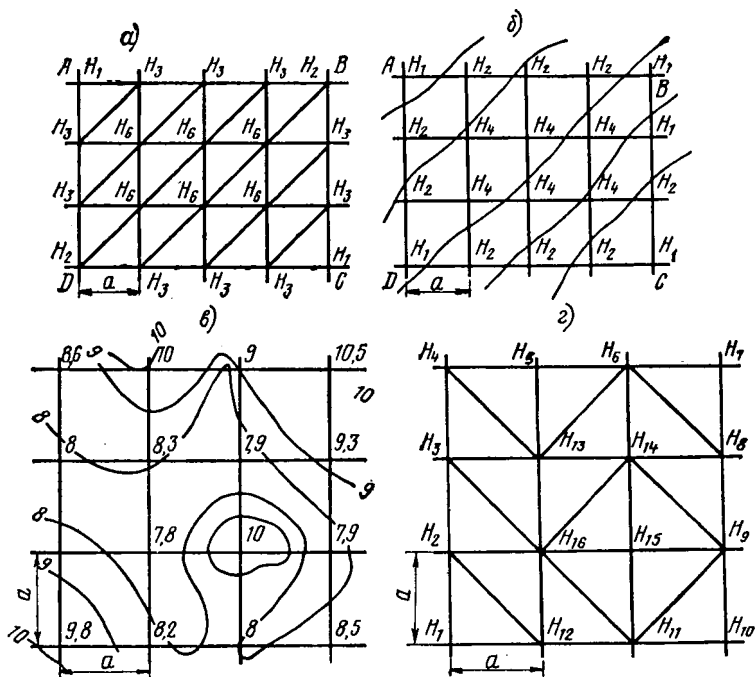


Рис. 14. Типичные картограммы

а, б — рельеф с уклоном в одном направлении; в, г — сложный рельеф с уклоном в разных направлениях

правлены одинаково, без заметных поворотов; 2) горизонтали имеют повороты. Первый случай характеризует спокойный рельеф с равномерным уклоном в одном направлении (рис. 14,а), поэтому все расчетные диагонали параллельны друг другу и образуют внутри площадки общие вершины для шести сходящихся треугольников. Второй случай относится к сложному или спокойному рельефу, но с уклонами во взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 14,б). Здесь расчетные диагонали могут пересекаться друг с другом, образуя общие вершины для четырех-восьми сходящихся в них треугольников.

Для первого случая общий объем по способу квадратов равен:

$$V_{\text{кв}} = \frac{a^2}{4} (\sum H_1 + 2 \sum H_2 + 4 \sum H_4), \quad (34)$$

где $\sum H_1$, $\sum H_2$, $\sum H_4$ — суммы рабочих отметок, общих для одного, двух и четырех квадратов.

Для второго случая общий объем по способу треугольников можно точно определить по формуле проф. В. В. Чихачева [25]:

$$V_{\text{тр}} = \frac{a^2}{6} (\sum H_1 + 2 \sum H_2 + 3 \sum H_3 + 6 \sum H_6). \quad (35)$$

Вычитая из (34) выражение (35) и принимая во внимание, что

$$\sum H_1^{\text{КВ}} \equiv \sum (H_1^{\text{ТР}} + H_2^{\text{ТР}}); \quad \sum H_2^{\text{КВ}} \equiv \sum H_3^{\text{ТР}}; \quad \sum H_4^{\text{КВ}} \equiv \sum H_6^{\text{ТР}},$$

получаем после соответствующих преобразований

$$\Delta V_{\text{кв. общ}} = \frac{a^2}{12} (\sum H_1 - \sum H_2), \quad (36)$$

но $\sum H_1$ и $\sum H_2$ есть не что иное, как суммы накрест лежащих отметок внешних углов участка, которые имеет смысл обозначить σ_1 и σ_2 подобно случаю для квадратов. Тогда формула (36) будет аналогична формуле (17):

$$\Delta V_{\text{кв. общ}} = \frac{a^2}{12} (\sigma_1 - \sigma_2). \quad (36a)$$

На основании полученной зависимости (36a) устанавливаем следующее правило:

общая абсолютная погрешность способа квадратов при одинаковом направлении расчетных диагоналей в целом на участок равна $1/12$ площади квадрата, умноженной на разность сумм внешних накрест лежащих угловых отметок участка.

Для второго случая получена закономерность образования погрешности при помощи математической индукции (рис. 14, в и г).

Сопоставим формулу (34) с полной формулой проф. В. В. Чихачева для этого фрагмента. Абсолютная погрешность выражается зависимостью

$$\Delta V_{\text{кв. общ}} = \frac{a^2}{12} (4H_{15} + 2H_5 + H_1 + H_7 + H_{10} - 2H_{16} - 2H_8 - 2H_9 - 2H_{11} - H_4), \quad (37)$$

где индексам соответствуют обозначения, принятые на рис. 14, г. Символы в круглых скобках можно сгруппировать по числу сходящихся треугольников, для которых они являются общими с сохранением знаков. Индексы к символам должны соответствовать общепринятым в учебниках по технологии строительного производства:

1) угловые, принадлежащие одному треугольнику,

$$H_1 + H_7 + H_{10} = \sum H_1;$$

2) угловые, принадлежащие двум треугольникам,

$$(-H_4) = -\sum H_2;$$

3) периферийные, принадлежащие двум треугольникам,

$$2H_5 = 2\sum H_2^{\text{пер}};$$

4) периферийные, принадлежащие четырем треугольникам,

$$-(2H_6 + 2H_9 + 2H_{11}) = 2\sum H_4^{\text{пер}};$$

5) внутренние, принадлежащие четырем треугольникам,

$$4H_{15} = 4\sum H_4^{\text{вн}};$$

6) внутренние, принадлежащие семи треугольникам,

$$-2H_{16} = -2\sum H_7^{\text{вн}}.$$

Используя перечисленные выше условия, можно переписать формулу (37) следующим образом:

$$\Delta V_{\text{кв. общ}} = \frac{a^2}{12} [(\sum H_1 - \sum H_2) + 2\sum H_2^{\text{пер}} - 2\sum H_4^{\text{пер}} + 4\sum H_4^{\text{пер}} + 4\sum H_4^{\text{вн}} - 2\sum H_1^{\text{вн}}], \quad (38)$$

Она будет отличаться от выражения (36) наличием его членов, не стоящих в круглых скобках. Следовательно, эти члены и будут составлять поправку на переменное направление диагоналей. Закономерность образования коэффициентов K перед \sum установлена из сравнения схем рис. 14, б и г.

Опуская достаточно громоздкие рассуждения, основанные на математической индукции, устанавливаем следующее:

для сумм периферийных рабочих отметок

$$K_{\text{пер}} = 2(3 - i); \quad (39)$$

для сумм внутренних рабочих отметок

$$K_{\text{вн}} = 2(6 - i), \quad (40)$$

где i — число сходящихся треугольников, для которых H в формуле (38) общая.

В рассматриваемом случае согласно схеме, приведенной на рис. 14, б, и выражению (38):

для $\sum H_2^{\text{пер}}$

$$K = 2 (3 - 2) = 2;$$

для $\sum H_4^{\text{пер}}$

$$K = 2 (3 - 4) = -2;$$

для суммы $\sum H_4^{\text{вн}}$

$$K = 2 (6 - 4) = 4;$$

для суммы $\sum H_4^{\text{вн}}$

$$K = 2 (6 - 7) = -2.$$

Таким образом, все члены выражения (38), стоящие вне круглых скобок, можно заменить одним, назвав его поправкой на изменение направлений диагоналей:

$$d_{\text{д}} = \pm [2(6 - i) \sum H_i^{\text{вн}} + 2(3 - i) \sum H_i^{\text{пер}}]. \quad (41)$$

Тогда суммарная погрешность для любого сложного рельефа с каким угодно пересечением диагоналей описется формулой

$$\Delta V_{\text{кв. общ}} = \frac{a^2}{12} (\sigma_1 - \sigma_2 \pm d_{\text{д}}). \quad (42)$$

Эта формула примет вид (36а) для первого случая (см. рис. 14, а), так как внутри картограммы $i=6$, а по границам ее $i=3$, поэтому $d_{\text{д}}=0$.

На основании доказанного устанавливаем следующее правило:

общая абсолютная погрешность способа квадратов в целом на участок при любом направлении горизонталей равна $1/12$ площади квадрата, умноженной на разность сум угловых отметок площади, плюс или минус поправка на изменение направления диагоналей.

Это правило дает исчерпывающую оценку суммарной погрешности способа квадратов: она может накапливаться и взаимно погашаться, скрывая существование погрешностей в подсчете частных объемов.

Закономерность изменения частных объемов в полных квадратах с однородными по знаку объемами и в переходных сводится к одному закону.

Формулу (17) в виде

$$\Delta V_{\text{кв}} = \frac{a^2}{12} (\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{a^2}{12} d$$

и формулу (18) в виде

$$P_{\text{кв}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{3(\sigma_1 + \sigma_2)} = \frac{d}{3(\sigma_1 + \sigma_2)}$$

можно рассматривать как уравнения функции $y=f(x)$ и изобразить ее графически, представив в общем виде

$$\Delta V_{\text{кв}} = f(d); \quad P_{\text{кв}} = f(d)$$

и приняв $y \equiv P_{\text{кв}}, d \equiv x$.

Природу функции $f(x)$ можно установить путем исследования формулы (18). Рассмотрим выражение (18) без множителя 3 в знаменателе, т. е.

$$P_{\text{кв}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}. \quad (43)$$

Тогда при $d \equiv x = \sigma_1$ (т. е. при $\sigma_2 = 0$)

$$P_{\text{кв}} = \frac{\sigma_1 - 0}{\sigma_1 + 0} = 1.$$

Точно так же при $d \equiv x = \sigma_2$ (т. е. при $\sigma_1 = 0$)

$$P_{\text{кв}} = \frac{0 - \sigma_2}{0 + \sigma_2} = -1;$$

при $d \equiv x = 0$ (т. е. при $|\sigma_1| = |\sigma_2|$)

$$P_{\text{кв}} = \frac{0}{\sigma_1 + \sigma_2} = 0.$$

Далее, при $d \equiv x = 2\sigma_1$ (т. е. когда $|\sigma_1| = -|\sigma_2|$), что имеет место в переходных квадратах,

$$P_{\text{кв}} = \frac{2\sigma_1}{\sigma_1 - \sigma_1},$$

а после раскрытия неопределенности

$$P = \infty.$$

Аналогично при $d \equiv x = -2\sigma_2$

$$P_{\text{кв}} = -\infty.$$

Установленные значения функции на отрезках области определения $[-\sigma_2, \sigma_1]$ и $[-2\sigma_2, 2\sigma_1]$ строго соответствуют значениям тангенса на отрезках области определения $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$, так как здесь $|\operatorname{tg} x| \leq 1$, а также на отрезках области определения $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, когда функция неограниченная и областью значений служит вся числовая ось Oy : $-\infty < \operatorname{tg} x < +\infty$.

Следовательно, изменение относительной погрешности можно выразить в виде функции в тригонометрической интерпретации как $y = \operatorname{tg} x$ или, возвращаясь к первоначальным обозначениям,

$$P_{\text{КВ}} = \operatorname{tg} d = \operatorname{tg} (\sigma_1 - \sigma_2),$$

а с учетом множителя в знаменателе

$$P_{\text{КВ}} = \frac{1}{3} \operatorname{tg} (\sigma_1 - \sigma_2). \quad (44)$$

На основании этой формулы изменение $P_{\text{КВ}}$ можно показать на графике в виде сжатой тангенсоиды (рис. 15). Ограничения значений погрешности на отрезке от $-\frac{\pi}{4} \equiv -\sigma_2$ до $\frac{\pi}{4} \equiv \sigma_1$ соответственно равны $-33,3$ и $+33,3\%$. Эта область является общей для полных квадратов с однородными объемами и для переходных квадратов. На рисунке область определения обозначена накрест лежащими прямоугольниками $ABCO$ и $DEFO$. За пределами этой области ветви тангенсоиды имеют значение только для закономерности изменения погрешности в балансовых объемах в переходных квадратах.

Таким образом, представляется возможным установить общий закон погрешности способа квадратов: *относительная погрешность подсчета частных объемов*

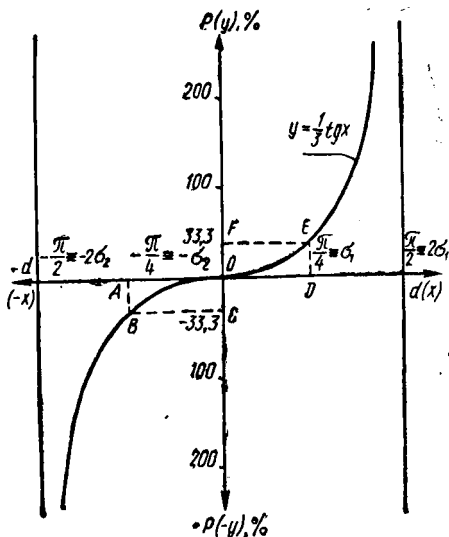


Рис. 15. График изменения погрешности подсчета объемов по способу квадратов

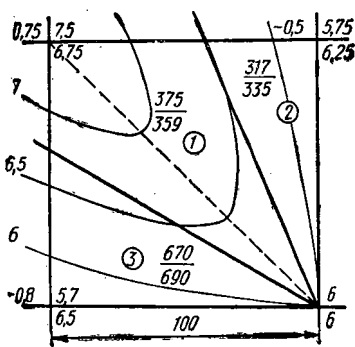


Рис. 16. Фрагмент картограммы к примеру
 1 — неправильный четырехугольник;
 2, 3 — треугольники

по способу квадратов изменяется по закону сжатой тангенсоиды и достигает экстремумов до $\pm 33,3\%$ в однородных полных квадратах и до $\pm \infty$ в переходных квадратах.

Этот закон однозначно и математически неоспоримо указывает, насколько могут быть велики отклонения в объемах при подсчете по способу квадратов. Практическое же значение закона можно доказать на одном из примеров.

Пример. Возьмем фрагмент переходного квадрата (рис. 16) из картограммы в [20]. Проведем расчетную диагональ по правилу В. В. Чихачева. Сторона квадрата a равна 100 м.

На рисунке нулевая линия образует для способа квадратов три контура в плане: два треугольника (2, 3) и один неправильный четырехугольник (1).

Подсчитаем объемы V_2 и V_3 по способу квадратов с использованием таблиц И. В. Воробьева [29] и по способу треугольников с использованием таблиц автора [16]. Подсчет объемов по двум способам приведен в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1. ПОДСЧЕТ ОБЪЕМОВ

Параметры	Подсчет объемов, м ³ , по способу	
	квадратов	треугольников
Объемы:		
V_2	—317	—335
V_3	—670	—690
Общий объем:		
насыпи	—987	—1025
выемки V_1	+375	+1359
Балансовый объем V_6	—612	+334

Как видно из таблицы, балансовый объем, подсчитанный по способу квадратов, отрицательный, а по способу треугольников положительный и притом почти вдвое меньше по абсолютной величине.

При сравнении результатов оказалось, что наибольшая погрешность получилась при подсчете объема выемки:

абсолютная

$$\Delta V_{\text{кв. н}} = + 375 - (+ 1359) = - 984 \text{ м}^3,$$

относительная

$$P_{\text{кв. н}} = \frac{- 984 \text{ м}^3}{+ 375} 100 = - 262\%.$$

Погрешность получилась за счет контура 1, поверхность которого по способу квадратов предполагается в виде плоскости. В действительности этот контур накрыт двугранной поверхностью с ребром по диагонали, что учитывает способ треугольников согласно направлению горизонталей.

Погрешность будет тем больше, чем сложнее окажется рельеф, особенно когда на картограмме имеется несколько нулевых линий, а также при выборочной планировке.

На практике принято считать допустимым расхождение между суммарными объемами выемки и насыпи (до $\pm 5\%$). Однако никакими нормами или инструкциями этот допуск не оговорен. Современные требования экономики настоятельно требуют устранения такого допуска (см. главу V). Благодаря совершенствованию вычислительной техники повторный пересчет объемов с поправкой к средней планировочной отметке уже не вызывает больших затруднений. Однако при пересчете нельзя допускать разницу в объемах между выемкой и насыпью, так как это приводит к ошибкам определения сметной стоимости и себестоимости. Наряду с этим необходимо повысить качество геодезических работ при изысканиях, в частности производить нивелировку площадки по сетке квадратов будущей картограммы земляных работ, что предусмотрено в «Положении о геодезическо-маркшейдерской службе», утвержденном Госстроем СССР 26 июня 1970 г.

Важным фактором для более точного решения нулевого баланса является коэффициент остаточного разрыхления грунта. Обычно его значение принимают из

табл. 2 ЕНиР [30], что можно считать приемлемым лишь при составлении технического и техно-рабочего проектов. При разработке ППР оргтехстролям (или группам подготовки работ строительных организаций) целесообразно устанавливать опытные значения коэффициентов остаточного разрыхления конкретно для проектируемого участка с учетом реальных условий уплотнения и зональности грунтов на объекте планировки — это устранил дебаланс выемок и насыпей при производстве работ.

2. Оценка способов определения средней дальности перемещения земляных масс

Средняя дальность перемещения грунта на площадке как технико-экономический параметр имеет смысл для стадии разработки техно-рабочего проекта и составления проекта организации строительства (ПОС). Этот параметр является также обязательным аргументом при ориентировочном выборе землеройно-транспортных средств и служит основанием для применения соответствующей расценки по сборнику ЕРЕР [31] и ценнику № 3 [32].

На практике могут быть два случая: 1) если объект невелик, средняя дальность определяется в целом для всей площадки; 2) если объект достаточно большой и к нему же территория осваивается не в одну очередь, средняя дальность определяется для отдельных участков площадки (каждый с нулевым балансом).

В конце XIX в. баварский инж. Брюкнер предложил метод определения средней дальности перевозки грунта при строительстве линейно-протяженных сооружений. Метод Брюкнера развил немецкий инж. А. Гёринг. На рис. 17,а и б изображены профиль площадей выемки и насыпи и профиль масс, накрытый кривой Брюкнера. Профиль масс строится по ординатам нарастающих объемов грунта.

Важное свойство кривой Брюкнера состоит в том, что *всякая горизонтальная прямая, пересекающая обе ветви кривой (восходящую $A'C'$ и нисходящую $C'B'$), отсекает сегмент, соответствующий на профиле равным между собой объемам выемки и насыпи.* Это свойство дает возможность определить среднее расстояние перевозки всего массива грунта из выемки в зону насыпи.

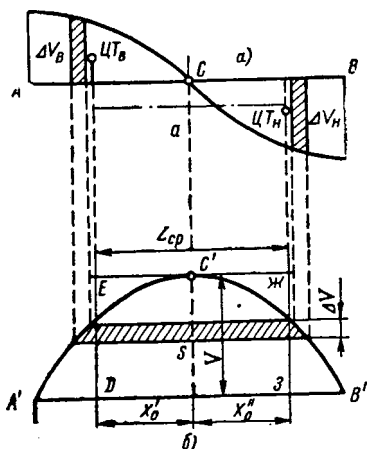


Рис. 17. Кривая Брюкнера
 а — профиль площадей; б — профиль масс; $ЦТ_H$ — центр тяжести насыпи; $ЦТ_B$ — центр тяжести выемки; ΔV — элементарный объем насыпи

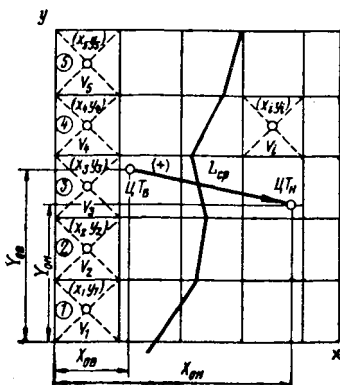


Рис. 18. Схема картограммы к определению средней дальности перемещения грунта по способу проф. Е. Ф. Странтовца
 1—5 — номера квадратов; $ЦТ_B$ — центр тяжести выемки; $ЦТ_H$ — центр тяжести насыпи

С одной стороны, площадь всего сегмента $A'C'B'$ представляет собой момент перевозки грунта или суммарную работу перемещения масс W , которую можно выразить зависимостью

$$W = \sum \Delta V_i x_i. \quad (45)$$

Представим W как площадь равновеликого прямоугольника $ДЕЖЗ$ высотой, равной максимальной ординате $V = \sum \Delta V_i$, соответствующей точке C' с основанием L_{cp} , которое служит расстоянием между центрами тяжести выемки и насыпи, т. е.

$$W = V L_{cp}, \quad (46)$$

откуда

$$L_{cp} = \frac{W}{V}. \quad (47)$$

Инж. А. Гёрингом предложено графическое решение для определения W путем построения равновеликого треугольника. С. В. Брыкиным [33] рекомендуется построение прямоугольника на глаз. Такие предложения не способствовали популярности идей Брюкнера, ее

надлежащему развитию и применению для вертикальной планировки как пространственной задачи.

В 1941 г. проф. Е. Ф. Страментов предложил аналитический способ, основанный на известном в высшей математике приеме нахождения статических моментов и центров тяжести системы материальных точек относительно осей декартовых координат [34]. Частные объемы грунта, по Е. Ф. Страментову, предполагаются сосредоточенными в центре тяжести квадрата или в его части, образуемой пересечением нулевой линии. Такое допущение составляет существо ошибки, поскольку объемы, как правило, распределены на квадрате неравномерно и, естественно, центр тяжести частного массива грунта не совпадает с центром тяжести площади квадрата. Учет центров тяжести объемов чрезвычайно усложняет решение, не говоря о том, что такой способ и без того громоздок. По этой причине он и не получил широкого применения на практике.

За начало координат Е. Ф. Страментовым принимается один из углов картограммы (рис. 18). Координаты центров тяжести выемки и насыпи X_0 и Y_0 определяются по формулам

$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{\sum (x_i V_i)}{\sum V_i}; \\ Y_0 &= \frac{\sum (y_i V_i)}{\sum V_i}, \end{aligned} \quad (48)$$

где x_i и y_i — координаты центра тяжести i -го квадрата, м; V_i — частный объем выемки насыпи i -го квадрата, м³.

Средняя дальность перемещения $L_{\text{ср}}$ (в м) определяется как расстояние между двумя точками по их координатам:

$$L_{\text{ср}} = \sqrt{(X_{\text{он}} - X_{\text{ов}})^2 + (Y_{\text{он}} - Y_{\text{ов}})^2}, \quad (49)$$

где $X_{\text{он}}$ и $Y_{\text{он}}$ — координаты центра тяжести насыпи; $X_{\text{ов}}$ и $Y_{\text{ов}}$ — координаты центра тяжести выемки.

В процессе вычисления по формулам (48) получаются громоздкие числа, что создает большие неудобства и препятствие к широкому использованию способа Е. Ф. Страментова.

В некоторых учебниках по технологии строительного производства, например в [23], рекомендуется формула

с небольшим упрощением:

$$L_{\text{ср}} = \frac{\sum (l_n V_n)}{\sum V_n}, \quad (50)$$

где l_n — дальность перемещения n -го массива грунта, м; V_n — объем n -го массива выемки, перемещаемого в соответствующие участки насыпи, м³.

Определение l_n по этой методике сводится к графическому приему по масштабу с картограммы, а центры тяжести n -х массивов выемки и насыпи принимаются на глаз. Естественно, что достоверность такого решения не может быть удовлетворительной. Кроме того, достаточно велика громоздкость вычислений — получаются числа шестого порядка и более.

В 40-х годах Ф. И. Кутьиновым предложено для определения дальности перемещения грунта [35] использовать кривые Брюкнера отдельно для нарастающих объемов выемки и насыпи по рядам квадратов в двух проекциях картограммы (рис. 19). Дальность была названа средневзвешенной (что неправомерно), а площадь, заключенная между обеими кривыми на диаграмме, — геометрической интерпретацией проекции суммарной работы по перемещению грунта («моментом возки») аналогично методу Брюкнера. Значения проекций работ W_x и W_y по Кутьинову получают как сумму частных площадей (треугольников и трапеций) ω_i , заключенных между границами рядов картограммы.

По графоаналитическому методу Ф. И. Кутьинова проекции дальности перемещения грунта l_x и l_y определяют по формулам:

$$l_x = \frac{W_x}{V_B}, \quad l_y = \frac{W_y}{V_B}, \quad (51)$$

где V_B — полный объем выемки, м³.

Среднюю дальность $L_{\text{ср}}$ находят из решения прямоугольного треугольника:

$$L_{\text{ср}} = \sqrt{l_x^2 + l_y^2}. \quad (52)$$

Метод Ф. И. Кутьинова несколько проще описанных выше, но, к сожалению, он также страдает числовой громоздкостью и необходимостью построения диаграмм, которые получаются либо громоздкими, либо (при увеличении масштаба) крайне приближенными. Эти недос-

Страментова. Кривые Кутьинова при внимательном рассмотрении их свойств [19, 20] решают ту же задачу, что и метод Страментова. Площади W_x и W_y представляют собой эпюры статических моментов перемещаемых объемов. При этом кривые нарастающих объемов как графики функции $y=f(x)$ спонтанно учитывают центры прикрепления элементарных объемов. Разница в результатах по сравнению с методом Е. Ф. Страментова происходит именно за счет этого обстоятельства; ее величина зависит от квалификации исполнителя.

Как показали исследования [18, 19], основной недостаток метода Ф. И. Кутьинова состоит в погрешности определения проекций суммарных работ W_x и W_y . При этом ни в одной проекции W_x и W_y не должно быть ординаты V_B , на скалярную величину которой делятся W_x и W_y согласно формулам (51). Поэтому максимальная ордината эпюры $d_{\text{макс}} < V_B$, что видно из эпюры, построенной по разностям ординат кривых (рис. 20,б).

Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} l_x &= \frac{W_x}{V_B} < \frac{W}{d_{\text{макс}}} < l_{\text{ср. взв}} , \\ l_y &= \frac{W_y}{V_B} < \frac{W_y}{d_{\text{макс}}} < l_{y \text{ ср. взв}} ; \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

$$L_{\text{ср}} = \sqrt{l_x^2 + l_y^2} < L_{\text{ср. взв}} . \quad (54)$$

Уменьшение площадей эпюр W_x и W_y получается в результате автоматического погашения части объемов, проектирующихся на нулевую линию.

Проверенные исследования [18, 19] позволили установить неизвестные ранее свойства кривых Ф. И. Кутьинова, которые дают возможность представить их сущность не только в новом толковании, но и использовать для разработки более прогрессивного решения. Эти свойства кривых сводятся к следующему (рис. 21):

1. Построенные встречно одноименные кривые нарастающих объемов выемки и насыпи пересекаются друг с другом в точках, соответствующих проекциям центров тяжести выемки и насыпи (точки m' и n' на рис. 21,б).

2. Точки пересечения одноименных кривых (m' и n') лежат на горизонтальной прямой с ординатой, числен-

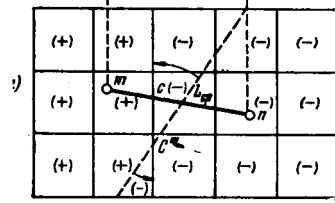
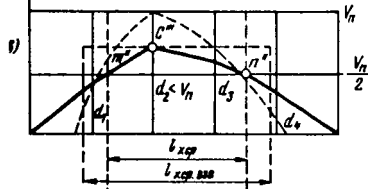
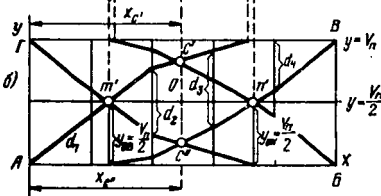
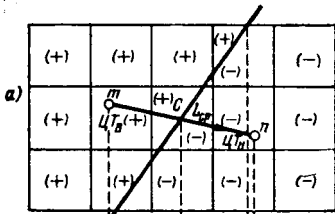
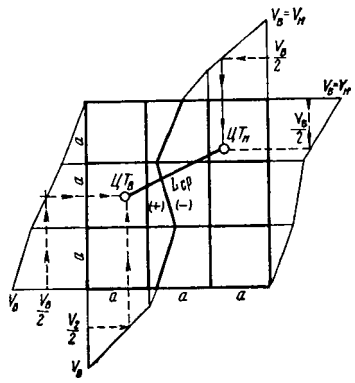


Рис. 21. Схема к раскрытию свойств кривых Ф. И. Кутьинова

a — заданная картограмма; *b* — расположение кривых при встречных построениях; *v* — кривая Брюкнера, построенная по разности ординат кривых Ф. И. Кутьинова; *г* — преобразованная картограмма, строго отвечающая кривым Ф. И. Кутьинова

Рис. 22. Схема к графическому способу определения средней дальности перемещения грунта



но равной половине общего объема выемки (рис. 21,б, прямая $y = \frac{V_n}{2}$).

3. Разноименные встречные кривые пересекаются в точках (C' , C'') на одной вертикальной прямой, проектирующей на нулевую линию картограммы точку перехода или пересечения вектора перемещения ($m - n$) сосредоточенного объема (точка C на рис. 21,а).

4. Разности ординат разноименных кривых $V_{iv} - V_{in} = d_i$ однозначно выражают баланс итоговых объемов выемки и насыпи по рядам картограммы и представляют собой ординаты кривой Брюкнера.

5. Максимальная ордината кривой Брюкнера, построенная по разностям ординат (п. 4), меньше ординаты,

численно равной полному объему выемки, на величину баланса объемов выемки и насыпи в квадратах, проектирующихся на нулевую линию (рис. 21,в).

6. Кривые Ф. И. Кутьинова и центры тяжести выемки и насыпи ($ЦТ_в$ и $ЦТ_н$) принадлежат преобразованной картограмме с нулевой линией, повернутой вокруг точки перехода (C''') до перпендикулярного к оси проекции положения с объемами выемки и насыпи, уменьшенными на величину взаимного погашения (рис. 21,г).

7. Согласно п. 6 расстояние между центрами тяжести нельзя считать достоверной средневзвешенной дальностью перемещения объемов грунта для заданной картограммы.

Перечисленные свойства очевидны из построения. Одноименные кривые объемов являются перевернутыми относительно оси x (AB и $BГ$ с ординатой $y=V_в$). Поэтому в точках пересечения m' и n' $y_{ов}=y_{он}=\frac{V_в}{2}$. Точно так же абсциссы $x_{C''}=x_{C'}$, так как кривые относительно AB и $BГ$ имеют одинаковые ординаты. При этом примечательно, что пересечение горизонтальной прямой $y=\frac{V_в}{2}$ вертикальной $x=x_C$ образует на эпюре (см. рис. 21,б) точку O , являющуюся центром тяжести площади W , как плоской материальной фигуры. Это дополняет аргументацию принадлежности точки C на нулевой линии как точки перехода, в свою очередь принадлежащей условному вектору перемещения земляных масс.

Из п. 4 явствует, что если бы описанный метод был достаточно надежен, то нет необходимости в построении диаграммы Ф. И. Кутьинова и двух кривых, поскольку целесообразнее кривую Брюкнера построить по разностям нарастающих объемов в рядах картограммы как по однозначным ординатам $0, d_1, d_2, d_3, \dots, 0$ и получить эпюру, равновеликую площади между двумя кривыми W . Более того, если бы графический прием давал приемлемые результаты, то достаточно провести на эпюре Брюкнера прямую $y=\frac{V_n}{2}$ и снять по масштабу отрезок $m'n'$, равный проекции l_x или l_y , что исключило бы существенный недостаток метода — его числовую громоздкость. Однако метод Ф. И. Кутьинова, как и метод М. Ф. Страментова, не дает необходимой точности.

Некоторыми авторами [36] для графического определения средней дальности перемещения грунта непосредственно на картограмме (рис. 22) были использованы кривые Ф. И. Кутьинова по ординатам, численно равным нарастающим объемам по рядам. Ход решения показан на рисунке стрелками.

Описанные способы рассматривают дальность перемещения грунта с чисто геометрических позиций — как геометрическое место точек между центрами тяжести площадей выемки и насыпи, тогда как она есть физический вектор работы, средневзвешенная величина всех маршрутов перемещения грунта (см. главу III).

Некоторые авторы [37] считают, что расстояние между центрами тяжести выемки и насыпи всегда меньше, чем средневзвешенное значение дальности перемещения грунта. Практика проектирования и натурные сравнения в большинстве случаев подтверждают эту точку зрения. Однако могут быть и такие геоморфологические особенности участка, когда имеет место обратное соотношение. В частности, это относится к участкам со сложным рельефом (например, возвышенности или котлованы под сооружения), когда более глубокие выемки близко расположены к нулевой линии.

Вследствие совокупности недостатков существующих способов проектные организации, как правило, среднюю дальность определяют в целом на объект или на отдельные участки планировки на глаз, что приводит к завышению или занижению сметной стоимости. Многочисленными исследованиями установлено, что даже самое разумное «умозрительное» решение имеет отклонение от оптимального примерно на 15%, что настоятельно требует поиска научно обоснованных решений для получения надежных по достоверности результатов.

3. Оценка методов распределения земляных масс на площадке

Решением задачи распределения грунта на площадке обычно завершается расчет технико-экономических параметров вертикальной планировки при составлении ППР, а иногда и техно-рабочего проекта. От того, насколько оптимально будет решена задача, зависят в конечном счете технико-экономические показатели: себестоимость производства работ, выбор машин и меха-

низмов в совокупности с назначением рациональных способов переработки грунта, продолжительность производства работ.

Основными аргументами в распределении земляных масс являются частные объемы выемки и насыпи по квадратам картограммы и расстояния между центрами квадратов как материальных точек с сосредоточенными в них массами частных объемов грунта. Даже при небольшом числе квадратов таких трасс может быть множество. Оптимальное же решение существует одно. Следовательно, экономически наиболее выгодное распределение грунта может быть найдено только при помощи современных математических методов, в частности методами линейного программирования.

Актуальность решения этой задачи занимала многих ученых и в прошлом. Еще в 1834 г. русский инженер путей сообщения В. Волков изложил ряд важных положений, которые легли в основу дальнейших разработок. Теории оптимизации перемещения масс были посвящены некоторые классические работы французских ученых. В работах Г. Монжа (в 1781 г.), Ш. Дюпена (в 1918 г.), А. Аппеля (в 1928 г.) рассматривалась одна из классических задач дифференциальной геометрии, суть которой сводилась к отысканию наименьшей суммы произведений пройденных путей малых частиц на соответствующий им объем. К 1951 г. французский инженер Ф. Потье дополнил решение Г. Монжа принципами геометрического характера о непересечении трасс.

Значительный вклад в развитие теории распределения масс внесли советские ученые Е. А. Гибшман, Я. М. Карасев, В. Я. Шульга [37], А. П. Кондратенко, Н. П. Солеников и С. А. Потехин. Но работы перечисленных авторов акцентированы в основном на распределении земляных масс дорожных массивов.

В 1940 г. Ф. И. Кутыиновым предложен графо-аналитический метод распределения земляных масс при вертикальной планировке [35]. И хотя его метод не получил широкой известности, он явился важным этапом в развитии теоретических разработок по этому вопросу.

Большой научный интерес представляют работы Н. Н. Раецкого в части подсчета объемов и распределения земляных масс при вертикальной планировке

площадей. Расцкий предложил применить для расчета основных параметров вертикальной планировки территорий теорию линейного программирования, в частности теорему о перемещениях [10], доказанную в 1942 г. акад. Л. В. Канторовичем и развитую им в 1944 г. совместно с М. К. Гавуриным для решения задачи о прикреплении пунктов производства к пунктам потребления, размещенным на существующей железнодорожной сети.

Идея акад. Л. В. Канторовича сводится к экономической транспортной задаче со стабильными пунктами производства и потребления. Методологическое перенесение ее на распределение земляных масс при вертикальной планировке территорий не может привести к удовлетворительному результату.

Решения по методу Канторовича сложны и громоздки. Кроме того, нецелесообразно устанавливать стоимостные показатели перемещения и разработки грунта, так как оптимальные способы производства работ и транспортировки можно выбирать лишь после того, как будут известны объемы грунта, отнесенные к оптимальным путям их перемещения со всеми необходимыми характеристиками (глубиной забоев, группой грунтов, коэффициентом остаточного разрыхления и т. п.). Отсюда следует, что задача по распределению земляных масс при вертикальной планировке территорий требует региональной трактовки, а ее решение — знаний не только в области математической экономики, но и непременно технологии производства работ. Решение экономической задачи математическими способами программирования с помощью электронно-вычислительных машин не оправдывается объемом самой задачи вертикальной планировки, что отмечено также в трудах Н. М. Молоканова, Г. Ф. Новожилова, В. А. Рогонского [37]. Проектные организации, оргтехстрой и строительные организации нуждаются в более простом способе решения этих вопросов, доступном для широкого круга исполнителей.

Н. М. Молокановым, Г. Ф. Новожиловым и В. А. Рогонским был предложен способ программированного решения, названный методом итераций, в основе которого положен принцип последовательного приближения к оптимальному решению вариантов распределения земляных масс с помощью матричной модели по разно-

стям показателей ее элементов. К сожалению, метод итераций далеко не всегда дает оптимальное решение, что объясняется, как показали исследования [17, 19], недостаточно полным признаком оптимальности в приемах решения. В ряде случаев наиболее оптимальные частные пути перемещения спонтанно вытесняются. Следует также отметить значительную громоздкость метода итераций из-за многочисленного пересчета разностей по рядам матрицы в двух направлениях. Однако это не умаляет достоинства метода.

Известны аналитические методы программирования вручную, например метод последовательного улучшения плана (Л. В. Канторовича [39]), симплекс-метод (Дж. Данцига [40]) и др. По методу последовательных улучшений в допустимый план, составленный на глаз, вводится более эффективный способ (или сочетание), за счет которого достигается это улучшение. Здесь используется теорема двойственности и связанный с ней признак оптимальности плана. Процедура решения носит алгоритмический характер. Алгоритм симплекс-метода Дж. Данцига состоит из двух этапов: из проверки плана на оптимальность; включения рентабельных способов и вытеснения из базиса (опорного плана) нерентабельных. Оба метода используют матричную модель в виде так называемой «шахматки» [39].

Описанные методы не получили популярности из-за громоздкости и сложности. Этим объясняется использование проектировщиками и строителями широко известного способа «шахматного» баланса, основанного на чисто умозрительном решении. При этом способе ни о какой оптимизации задачи не может быть и речи. Как правило, оптимальный план распределения земляных масс экономичнее самого разумного, составленного на глаз плана, не менее чем на 10%, а чаще всего на 15% и более [16, 18, 19, 39].

Таким образом, на основании вышеизложенного можно сделать вывод, что задачу распределения земляных масс при вертикальной планировке территорий целесообразно решать только путем подсчета частных объемов по способу треугольников.

Глава II. УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СПОСОБА ТРЕУГОЛЬНИКОВ ДЛЯ ПОДСЧЕТА ЧАСТНЫХ ОБЪЕМОВ

1. Подсчет объемов земляных работ в полных квадратах

Первоочередной задачей создания единой методики проектирования вертикальной планировки на всех стадиях является усовершенствование способа треугольников для подсчета частных объемов земляных работ в первую очередь в полных квадратах.

В главе I приведена формула (15) для определения частного объема по способу треугольников в целом на квадрат (без членения квадрата на треугольники) и доказано, что эта формула строго соответствует точной формуле призматоида Симпсона. При этом подчеркивается, что удвоенную сумму накрест лежащих рабочих отметок необходимо брать по диагонали квадрата согласно правилу проф. В. В. Чихачева, т. е. по диагонали, параллельной направлению ближайших горизонталей. В противном случае получим грубую погрешность из-за искажения рельефа, что видно из анализа формулы (22).

На основании изложенного можно установить следующие правила:

1. Абсолютная погрешность исчисления объема по способу треугольников при неправильном выборе расчетной диагонали равна $\frac{1}{6}$ площади квадрата, умноженной на разность сумм накрест лежащих рабочих отметок.

2. Относительная погрешность исчисления объема по способу треугольников при неправильном выборе расчетной диагонали достигает при выпуклом рельефе 100% в сторону недостатка и при вогнутом — 50% в сторону избытка.

Справедливость установленных следствий подтверждается примером (рис. 23).

Пример. Дано: $a=50$ м, $H_1=1,2$ м, $H_2=0,4$ м, $H_3=0,8$ м, $H_4=0,2$ м или $\sigma_2=0,2+0,4=0,6$ м, $\sigma_1=1,2+0,8=2$ м.

Решение. Объем при расчетной диагонали H_1H_3 равен:

$$V' = \frac{50^2}{6} (0,6 + 2 \cdot 2) = 1918 \text{ м}^3,$$

а при расчетной диагонали H_2H_4

$$V'' = \frac{50^2}{6} (2 + 2 \cdot 0,6) = 1333 \text{ м}^3.$$

Абсолютная погрешность составляет

$$\Delta V'' = 1333 - 1918 = -585 \text{ м}^3,$$

относительная — равна

$$P = - \frac{585}{1333} 100 = -44\%.$$

То же получаем по формулам (21):

$$\Delta V'' = \frac{50^2}{6} (0,6 - 2) = -585 \text{ м}^3;$$

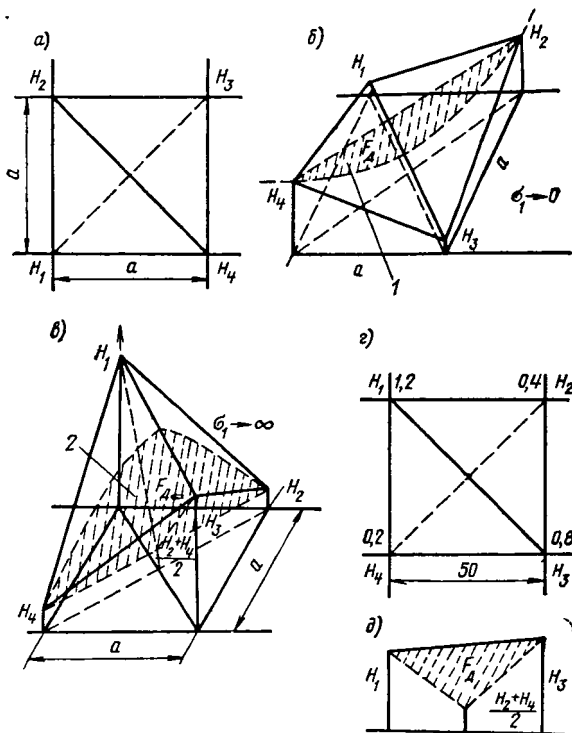


Рис. 23. Принципиальная схема искажения объемных форм при неправильном выборе расчетной диагонали

a — план квадрата; b — рельеф вогнутый, погрешность в пределах -50% (заштрихованное сечение не будет учтено); b — рельеф выпуклый, погрешность в пределах 100% (заштрихованное сечение лишнее); e, d — схемы к примеру;

F_d — сечение по диагонали

$$P = \frac{0,6 - 2}{2 \cdot 0,6 + 2} 100 = -44\%.$$

Как отмечено выше, формула (15) при подсчете самых массовых частных объемов устраняет главный недостаток способа треугольников по сравнению со способом квадратов, а также по сравнению с прежней методикой; при этом вдвое сокращается трудоемкость вычислений.

Однако современные объемы проектных работ настоятельно требуют максимального сокращения инженерного труда. Применять для таких задач электронно-вычислительные машины нецелесообразно, тем более, что очень часто подсчет объемов земляных работ ведется в полевых условиях. В этих случаях рекомендуется применять таблицы и номограммы.

Автором данной книги были составлены универсальные таблицы, пригодные для любой сетки квадратов [16]; часть таблиц приведена в приложениях. В основу составления таблиц положена методика исследования математических переменных величин, функционально связанных между собой. Согласно строгому определению y есть функция переменной величины x , если каждому числовому множеству X соответствует единственное определенное числовое значение Y . В математическом анализе символически принято обозначать принадлежность переменной множеству символом включения \in .

В формулах для полного квадрата (15)

$$V_{\text{тp}}^{\text{кв}} = \frac{a^2}{6} (\sigma_1 + 2 \sigma_2)$$

и для одного треугольника

$$V_{\text{тp}}^{\text{тp}} = \frac{a^2}{6} (H_1 + H_2 + H_3)$$

выражение в скобках можно обозначить через $\sum H$. Тогда формула (15) примет следующий вид:

$$V_{\text{тp}} = \frac{a^2}{6} \sum H.$$

Если принять $V_{\text{тp}} \equiv y$, $\sum H \equiv x$ и $k = \frac{a^2}{6}$, получим уравнение прямой с угловым коэффициентом, проходящей через начало координат. Следовательно, изменение объемов подчинено закону линейной функции $y = kx$.

Для универсальности таблиц целесообразно принять $a=10$ м. При какой-либо другой стороне квадрата объем нетрудно определить путем его умножения на квадрат отношения к 10, например для картограммы с ячейкой 20×20 на 4, 40×40 на 16, 50×50 на 25, а с ячейкой 100×100 — перенести запятую на два знака вправо. Переводной множитель назван нами модулем кратности.

Как известно, угловой коэффициент k можно выразить через отношение приращений линейных функций и аргумента, т. е.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \varphi = k,$$

а отсюда найти приращение функции:

$$d = \Delta y = k \Delta x = \frac{100}{6} \Delta x.$$

На основании этого можно составить какое угодно множество действительных чисел по закону арифметической прогрессии, приняв $\Delta x = 0,01$ м. Тогда любое значение $\sum H$ будет принадлежать множеству X ($\sum H \in X$). Разность арифметического ряда в каждой строке таблицы будет равна:

$$d = \frac{100}{6} 0,01 = 0,166\dots \quad (6).$$

В каждой графе таблицы получается арифметический ряд с разностью, равной $10d$, т. е.

$$d' = \frac{100}{6} 0,1 = 1,666\dots \quad (6).$$

Такие строгие закономерности были положены в основу построения таблиц, помещенных в работе [16] и в приложении 1 данной книги. На этом принципе построена и локальная таблица для картограмм с сеткой квадратов 50×50 (приложение 2).

Пользование таблицами предельно просто: достаточно подсчитать сумму исходных рабочих отметок и по ней прочесть соответствующий объем. В первой графе таблицы указана сумма рабочих отметок в целых числах и десятых долях метра. При определении объема с учетом сотых долей метра в исходном значении $\sum H$ искомую величину объема находят на пересечении строки с графой по вертикали, соответствующей сотой доле метра.

Объемы по указанным таблицам можно определять в целом на квадрат по сумме $(\sigma_1 + 2\sigma_2)$ и для отдельно взятой треугольной призмы, что будет часто встречаться в переходных квадратах. Достаточно помнить, что сумму ΣH надо брать в принятом порядке.

Вычисления рекомендуется располагать по форме, приведенной в табл. 2.

ТАБЛИЦА 2. ВЕДОМОСТЬ ПОДСЧЕТА ОБЪЕМОВ ЗЕМЛЯНЫХ РАБОТ модуль кратности 25

Номер квадрата	Сумма отметок, м		$\Sigma H = \sigma_1 + 2\sigma_2$, м	Объем по приложению 1, м ³	Искомый объем, м ³	
	$\sigma_1 = H_1 + H_3$	$\sigma_2 = H_2 + H_4$			выемка (+)	насыпь (-)
16	0,8	1,22	3,24	54	1350	—
17	1,15	1,5	4,15	69,17	1730	—
18	1,25	1,25	3,75	62,5	1563	—
30	-1,8	-1,5	-4,8	-80	—	2000
31	-1,2	-2	-5,2	86,7	—	2168
и т. п.						

Умножение на модуль кратности указанных в таблице значений затруднений не составляет. В дальнейшем при навыке можно обходиться и без множительных аппаратов. Универсальность таблиц характеризуется еще двумя факторами. Если сумма отметок ΣH превышает предельную, указанную в приложении 1 (10,09), объем легко определить, уменьшив исходную в 10 или в 100 раз (перенести запятую влево), и найти в приложении 1 соответствующий ей объем, а затем увеличить его в 10 или в 100 раз (перенести запятую вправо).

Кроме того, таблицы позволяют определять суммарный объем выемок или насыпей за один прием по общей сумме отметок, снятых с картограммы в определенном порядке (при соблюдении правила В. В. Чихачева), что очень важно при проверке сметных объемов, составлении рекламаций, а также для контроля.

Приведем пример.

Пример. Общая сумма рабочих отметок в зоне выемки составляет $\Sigma H = 2568,25$ м. Найти полный объем выемки.

Решение. Разбиваем сумму на имеющиеся в таблице слагаемые с учетом их соответствующего увеличения по правилу знаков для первого слагаемого:

$$\Sigma H = 2560 + 8,25 \text{ м.}$$

Выписываем из таблицы приложения 1 соответственные слагаемые значения объемов, соблюдая правила знаков для первого слагаемого:

$$V_{\text{об.ц}} = 42667 + 137,5 = 42804,5 \text{ м}^3.$$

Предложенные автором таблицы можно использовать и для подсчета объемов по способу квадратов. В этом случае сумму $\sum H$ надо брать такой: $H_1 + H_2 + H_3 + H_4 = \sigma_1 + \sigma_2 = \sum H$, а модуль кратности для сетки со стороной квадрата, отличной от 10, увеличить в 1,5 раза. Эта операция занимает меньше времени, чем определение объемов по таблицам И. В. Воробьева [29], составленным для этого способа.

2. Подсчет объемов земляных работ в переходных квадратах.

В переходных квадратах, с точки зрения способа треугольников, нулевая линия может образовать три элементарных контура объемов, когда она отсекает треугольник, и четыре, когда она пересекает две противоположные стороны квадрата (рис. 24, а и б). В первом случае получается призматойд, у которого треугольное основание объемом $V_{\text{тр}}$, клин объемом $V_{\text{кл}}$ и неправильная пирамида объемом $V_{\text{пир}}$ с противоположным знаком. В другом случае в каждом треугольнике образуются клин и пирамида со взаимно противоположными знаками.

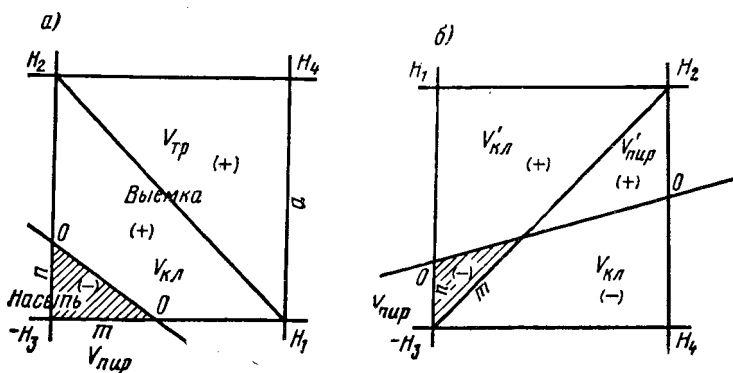


Рис. 24. Распределение объемных форм в переходном квадрате в интерпретации способа треугольников

а — нулевая линия образует один переходный треугольник; б — нулевая линия образует в квадрате два переходных треугольника

Раздельное определение объемов пирамиды и клина в каждом переходном призматоиде с треугольным основанием составляет известные трудности, что послужило одной из существенных причин, препятствующих широкому распространению способа треугольников. Эти объемы по существующей методике определяют только аналитически.

Так, объем пирамиды находят по формуле

$$V_{\text{пир}} = \frac{a^2}{6} \cdot \frac{H_3^3}{(H_1 + H_3)(H_2 + H_3)}, \quad (55)$$

где H_3 — высота или рабочая отметка пирамиды, м (см. рис. 21, в); H_1 и H_2 — рабочие отметки в треугольнике с противоположным знаком, м; a — сторона квадрата, м.

Объем клина определяют по балансу:

$$V_{\text{кл}} = \pm V_6 - (\pm V_{\text{пир}}). \quad (56)$$

Совершенно очевидно, что при большом числе переходных квадратов подсчитать объемы аналитическим путем по указанным формулам на практике трудоемко.

Автором данной книги сделаны улучшения аналитического аппарата [12, 15, 19] и на их основе разработаны номограммы и таблицы [16, 20], часть которых приведена в приложениях 1—5 данной книги.

Кубическая по числителю формула Яцины (55) преобразована в квадратичную [12] путем деления числителя и знаменателя на H_3 с последующей группировкой аргументов, удобной для аналитических вычислений и установления закономерностей изменения объемов:

$$V_{\text{пир}} = \frac{a^2}{6} \cdot \frac{H_3^2}{\sum H + \frac{H_1 H_2}{H_3}}, \quad (57)$$

где $\sum H$ — сумма абсолютных значений рабочих отметок переходного треугольника (без учета знаков).

Преимущество новой формулы перед прежней вполне очевидно:

значительно сокращается трудоемкость вычислений за счет снижения степени числителя;

в целом ряде случаев нулевая линия приближается к вершинам треугольника с отметкой H_1 или H_2 , и тогда дробный член знаменателя превращается в нуль, а формула еще больше упрощается:

при $H_2 \rightarrow 0$

$$V_{\text{пир}} = \frac{a^2}{6} \cdot \frac{H_3^2}{H_1 + H_3}, \quad (57a)$$

при $H_1 \rightarrow 0$

$$V_{\text{пир}} = \frac{a^2}{6} \cdot \frac{H_3^2}{H_2 + H_3}. \quad (57б)$$

Главным достоинством новой формулы является ее структура, удобная для исследования и установления закономерности изменения объемов в зависимости от исходных данных, что легло в основу табулирования и номографирования.

Для определения объема клина Е. Д. Кузьминым была предложена формула

$$V_{\text{кл}} = \frac{a^2}{6(H_3 + H_2)} \left[\frac{H_3 H_1^2}{H_3 + H_1} + H_2(H_1 + H_2) \right]. \quad (58)$$

По одному виду этой формулы можно понять, что она не могла получить применение (определить объем клина через балансовый объем значительно легче и быстрее). Кроме того, обилие разных сочетаний одних и тех же аргументов не позволяет установить какую-либо закономерность в составлении программы по табулированию. К тому же известно, что формула Е. Д. Кузьмина приводит к неточным результатам [15]. Также сложна и формула В. И. Стрельчевского. Однако поиск этих авторов заслуживает внимания.

Автором данной книги на основе использования классической формулы Симпсона получена формула для определения объема клина:

$$V_{\text{кл}} = \frac{a^2}{6} \cdot H_{\text{кл}}^2 \frac{H_{\text{кл}} + 3H_3}{(H_{\text{кл}} + 2H_3)^2}, \quad (59)$$

где $H_{\text{кл}} = H_1 + H_2$; H_3 — высота пирамиды. Знаки в этой формуле не учитываются.

Неправильный клин (рис. 25, а, б) был условно приведен к правильному, равновеликому по объему виду при строгом сохранении баланса объемов выемки и насыпи в переходном треугольнике. При этом рабочие отметки, принадлежащие грани клина $BB'C'S$ (H_1 и H_2), также условно изменились: стали одинаковыми и равными их полусумме. Высота же (рабочая отметка) пирамиды сохранилась без изменения.

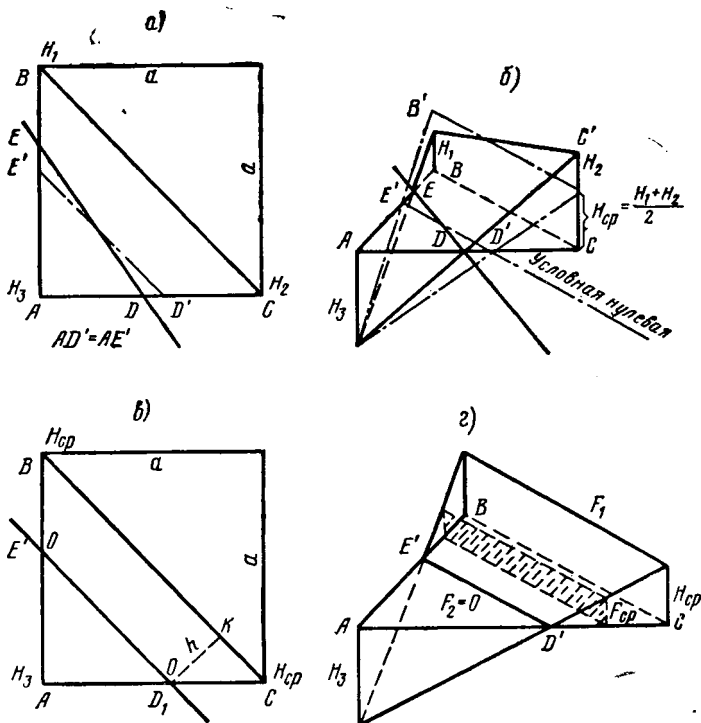


Рис. 25. Схемы к выводу новой формулы объема клина
 а и б — заданные; в, з — эквивалентные

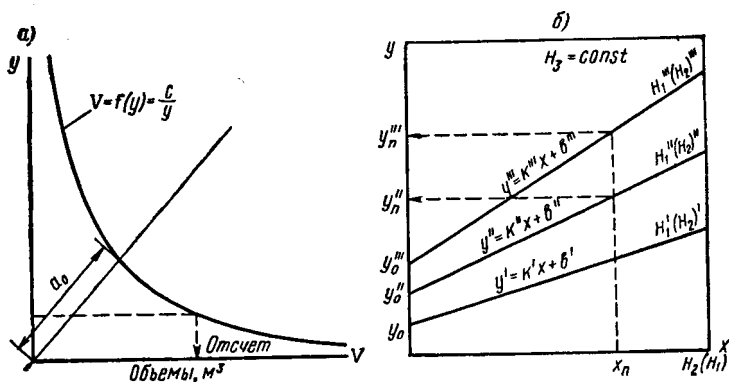


Рис. 26. Графики функций, используемых при построении номограмм и таблиц объемов пирамиды

Точность формулы (59) достаточно высока. Предельная погрешность при переходе клина в пирамиду (H_1 или $H_2 \rightarrow 0$) составляет — 12,5% в отличие от погрешности способа квадратов, теоретически достигающих ∞ . Практически такие случаи соответствуют пересечению нулевой линией одной из вершин квадрата. Поэтому здесь целесообразно пользоваться формулой пирамиды, а не клина. Во всех других случаях погрешность практически ничтожна.

Структура формулы (59) в принятых обозначениях аргументов весьма удобна для программирования и установления закономерности изменения объемов при табулировании их в широком диапазоне исходных рабочих отметок.

В инженерной практике расчеты при помощи таблиц давно получили признание. Для подсчета объемов земляных работ в дорожном строительстве пользуются таблицами Мурзо, В. Яцины, а на строительных площадках — таблицами Н. С. Бибилова. Для подсчета земляных работ в траншеях под трубопроводы весьма перспективны таблицы И. А. Ерусалимчика. Для приближенного подсчета объемов выемки и насыпи при вертикальной планировке по способу квадратов применяют таблицы И. А. Воробьева [29].

Наряду с таблицами подсчета объемов в полных квадратах автором книги для подсчета объемов земляных работ в переходных квадратах составлены таблицы по способу треугольников [15—16].

Аналитическое исследование формулы пирамиды (57) позволяет установить ряд закономерностей.

Произведя замену в формуле (57), получим:

$$\frac{a_{\text{кв}}^2}{6} H_3^2 = C, \quad (60)$$

где $a_{\text{кв}}^2$ — сторона квадрата,

$$\sum H + \frac{H_1 H_2}{H_3} = y. \quad (61)$$

Тогда можно записать, что

$$V_{\text{пир}} = \frac{C}{y}, \quad (62)$$

или

$$V_{\text{пир}} y = C. \quad (62a)$$

Но это есть уравнение равносторонней гиперболы относительно своих асимптот, известное в аналитической геометрии в каноническом виде:

$$XY = \frac{1}{2} a_0^2, \quad (63)$$

где a_0 — действительная полуось гиперболы.

Из результатов сравнения двух последних выражений видно, что произведение множества X на множества Y есть величина постоянная, что имеет смысл при определенных значениях стороны квадрата и высоты (рабочей отметки) пирамиды.

Приняв такой же принцип универсальности, как и при составлении таблиц для полных квадратов (т. е. $a_{\text{кв}} = 10$ м), можно при любом заданном H_3 построить график функции $V = f(y)$ в виде гиперболы (рис. 26, а), действительную полуось которой определяют, приравняв выражения (60) и (63), т. е.

$$a_0 = 5,78 H_3.$$

Но y есть тоже функция вида $y = f(x)$. Следовательно, объем пирамиды — функция неявная:

$$V_{\text{пир}} = f(y) = f[f(x)].$$

Поэтому необходимо установить закон изменения y , который можно представить в таком виде:

$$y = H_1 + H_2 + H_3 + \frac{H_1}{H_3} H_2.$$

Допустим, что множество значений будет принимать одна из отметок, например H_2 при постоянной H_3 . Обозначив ее через x , получим

$$y = x + \frac{H_1}{H_3} x + (H_1 + H_3) = \left(1 + \frac{H_1}{H_3}\right) x + (H_1 + H_3).$$

Согласно принятым условиям H_1 и H_3 известны, что позволяет для какого угодно множества $H_2 \in X$ принять обозначения:

$$1 + \frac{H_1}{H_3} = k; \quad H_1 + H_3 = b.$$

Тогда

$$y = kx + b, \quad (64)$$

т. е. получаем уравнение прямой с угловым коэффициентом и отрезком b , отсекаемым ею по оси ординат. Область определения этой функции как рациональной ли-

нейной есть множество действительных чисел. Выражение (64) позволяет построить ряд графиков прямой линии, с помощью которых легко определять любые значения $y \in Y$ при любых $x \in X$ (рис. 26,б).

Применив известный в высшей математике принцип «суперпозиции» для неявных функций, получим простую номограмму (рис. 27), позволяющую определять объемы $V_{\text{ппр}}$ в принятой области сочетаний рабочих отметок H_1 и H_2 при данной H_3 . Принцип пользования номограммой показан стрелками.

Уравнения (64) и (62а) позволяют также составить таблицы в заданном диапазоне рабочих отметок. Для этого, казалось бы, необходимо составить вспомогательную таблицу значений y по установленной линейной закономерности и затем последовательно находить искомое как частное от деления константы C при данной H_3 .

Из функциональных зависимостей можно установить, что в любой строке табл. 3 согласно установленной закономерности ряд объемов можно записать в общем виде:

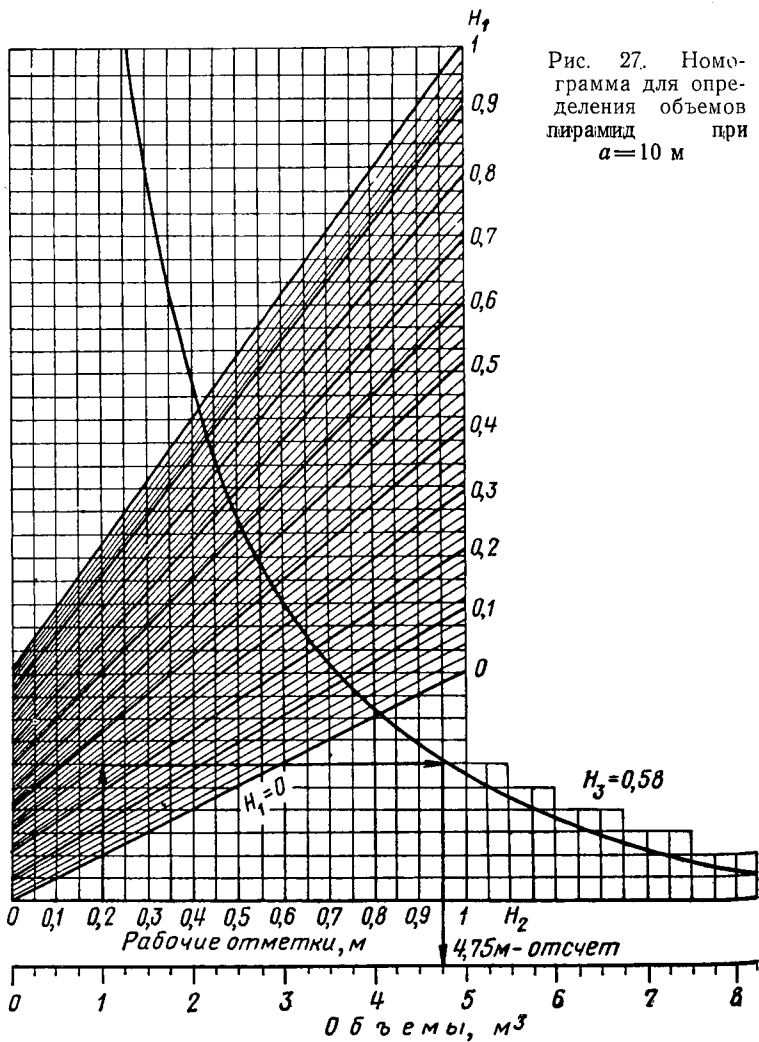
$$\frac{C}{y_0}, \frac{C}{y_0 + d_0}, \frac{C}{y_0 + 2d_0}, \frac{C}{y_0 + 3d_0}, \dots, \frac{C}{y_0 + nd_0},$$

а в целом для всей таблицы при данной H_3 — в виде равенства матриц как множеств:

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{cccccc} \frac{C}{y_{00}} & \frac{C}{y_{01}} & \frac{C}{y_{02}} & \dots & \frac{C}{y_{0(n-1)}} & \frac{C}{y_{0n}} \\ \frac{C}{y_{10}} & \frac{C}{y_{11}} & \frac{C}{y_{12}} & \dots & \frac{C}{y_{1(n-1)}} & \frac{C}{y_{1n}} \\ \frac{C}{y_{20}} & \frac{C}{y_{21}} & \frac{C}{y_{22}} & \dots & \frac{C}{y_{2(n-1)}} & \frac{C}{y_{2n}} \end{array} \right| = \\ & = \left| \begin{array}{cccccc} V_{00} & V_{01} & V_{02} & \dots & V_{0(n-1)} & V_{0n} \\ V_{10} & V_{11} & V_{12} & \dots & V_{1(n-1)} & V_{1n} \\ V_{20} & V_{21} & V_{22} & \dots & V_{2(n-1)} & V_{2n} \end{array} \right|. \end{aligned}$$

Согласно закону гиперболы составляется ряд равенств, например из элементов матриц двух последних столбцов:

$$\begin{aligned} C &= V_{0(n-1)} y_{0(n-1)} = V_{0n} y_{0n} = V_{1(n-1)} y_{1(n-1)} = \\ &= V_{1n} y_{1n} = V_{2(n-1)} y_{2(n-1)} = \dots = \text{const}, \end{aligned}$$



на основании чего устанавливается равенство отношений:

$$\frac{V_{0(n-1)}}{V_{0n}} = \frac{y_{0n}}{y_{0(n-1)}} = \frac{V_{1(n-1)}}{V_{1n}} = \frac{y_{1n}}{y_{1(n-1)}} = \frac{V_{2(n-1)}}{V_{2n}} = \frac{y_{2n}}{y_{2(n-1)}} = \text{const} = K.$$

ТАБЛИЦА 3. ОБЪЕМЫ ПИРАМИД (в м³) при $a=10$ м, $H_3=0,5$ м, $C=4,166$ м³·м

n	V_0 при $H_1 \times$ $\times (H_2) =$ $= 0;$ $y_{0i} =$ $= 0,5;$ $K_f = 3$	V_1 при $H_1 \times$ $\times (H_2) =$ $= 0,1$ м; $y_{0i} =$ $= 0,6;$ $K_f = 2,5$	V_2 при $H_1 \times$ $\times (H_2) =$ $= 0,2$ м; $y_{0i} = 0,7;$ $K_f = 2,14$	V_3 при $H_1 \times$ $\times (H_2) =$ $= 0,3$ м; $y_{0i} = 0,8;$ $K_f = 1,875$	V_4 при $H_1 \times$ $\times (H_2) =$ $= 0,4$ м; $y_{0i} = 0,9;$ $K_f = 1,666$	V_5 при $H_1 \times$ $\times (H_2) =$ $= 0,5$ м; $y_{0i} = 1;$ $K_f = 1,5$	V_6 при $H_1 \times$ $\times (H_2) =$ $= 0,6$ м; $y_{0i} = 1,1;$ $K_f = 1,363$	V_7 при $H_1 \times$ $\times (H_2) =$ $= 0,7$ м; $y_{0i} = 1,2;$ $K_f = 1,25$	V_{n-2} при $H_1 \times$ $\times (H_2) =$ $= 0,8$ м; $y_{0i} = 1,3;$ $K_f = 1,153$	V_{n-1} при $H_1 \times$ $\times (H_2) =$ $= 0,9$ м; $y_{0i} = 1,4;$ $K_f = 1,072$	V_n при $H_1 \times$ $\times (H_2) =$ $= 1$ м; $y_{0i} = 1,5;$ $K_f = 1$	y_n
0,01	8,346	6,95	5,95	5,21	4,63	4,17	3,79	3,437	3,205	2,98	2,78	1,5
0,1		5,79	4,96	4,34	3,86	3,476	3,16	2,897	2,676	2,48	2,319	1,8
0,2			4,24	3,71	3,3	2,97	2,705	2,476	2,285	2,125	1,98	2,1
0,3				3,26	2,894	2,605	2,37	2,107	2,005	1,861	1,735	2,4
0,4					2,57	2,315	2,105	1,98	1,783	1,655	1,544	2,7
0,5						2,085	1,895	1,736	1,603	1,49	1,39	3
0,6							1,723	1,579	1,459	1,353	1,265	3,3
0,7								1,448	1,335	1,24	1,159	3,6
0,8									1,23	1,145	1,07	3,9
0,9										1,06	0,99	4,3
1											0,926	4,5

Из этого уравнения следует, что в одной и той же графе таблицы расположенные в строках объемы относятся к объемам последующей графы или любой принятой так же, как y последующей графы или той же принятой относится к y данной графы. Это отношение и будет величиной постоянной для всех строк. Следовательно,

$$\frac{V_{n-1}}{V_n} = \frac{y_n}{y_{n-1}} = K_{n-1} = \text{const}_{n-1},$$

откуда

$$V_{n-1} = V_n K_{n-1}$$

или

$$V_i = V_n K_i, \quad (65)$$

где K_i — коэффициент эквивалентности.

Если воспользоваться этим свойством как алгоритмом рассматриваемой матрицы, то табулирование объемов пирамид будет предельно строгим и простым. Для этого достаточно составить лишь два вспомогательных ряда, как сказано выше, для определения K_i . Пример такого построения показан в табл. 3.

В рабочих таблицах из [16] и в таблицах, помещенных в приложениях данной книги, значения y_{oi} , K_i и y_n отсутствуют, так как при использовании таблиц для практических расчетов они не нужны. С целью максимального устранения интерполяции и повышения точности расчетов таблицы составлены для H_3 при диапазоне 0,01—0,5 м, для H_1 и H_2 при диапазоне 0—1 м с интервалами через 0,01; 0,2; 0,3; 0,5; 0,1 м, в зависимости от области существования гиперболы, характеризующейся удалением или приближением ее к своим асимптотам.

Приведенные в таблицах значения имеют три десятичных знака с учетом применения их при крупной сетке квадратов (100 и 1000 м). При мелкой сетке десятичные знаки округляются в зависимости от требуемой точности.

Таблицы для подсчета объемов пирамид можно применять и в случае превышения указанных диапазонов. Для этого необходимо использовать принцип пропорционального уменьшения исходных данных с последующим увеличением результатов.

Пример. Требуется найти объем пирамиды, если $a=20$ м, $H_1=-1,5$ м; $H_2=-1,7$ м; $H_3=1,2$ м.

Решение. Уменьшаем в 10 раз все отметки, т. е. $H_1'=-0,15$; $H_2'=-0,17$; $H_3'=0,12$.

По табл. 17 из [15] или по таблице приложения 3 находим на пересечении строки 0,15 с графой 0,17 объем пирамиды, равный 0,36 м³. Увеличивая его в 10 раз, получаем 3,6 м³, а для квадрата со стороной $a=20$ м умножаем на модуль кратности $4=(20:10)^2$ и находим искомым объем: $V_{\text{пир}}=3,6 \cdot 4=14,4$ м³. Указанные операции не требуют вспомогательных записей и составляют предельно малые затраты труда.

Существенным дополнением к таблицам представляются упомянутые выше номограммы. Они составлены для H_3 при диапазоне 0,51—0,7 м, а также для H_1 и H_2 при диапазоне 0—1 м. Градуировка шкалы по оси абсцисс сделана через 0,05 м, а лучи (прямые $y=kx+b$) проведены через 0,02 м, что обеспечивает обычно требуемую точность с учетом возможности взятия отсчетов до 0,01—0,025 м. Допуски при вертикальной планировке приняты равными 0,03 м.

Ниже рассмотрим пример пользования номограммами.

Пример. Необходимо определить по номограмме объем пирамиды, если $H_1=-0,3$ м; $H_2=-0,2$ м; $H_3=0,3$ м; $a=20$ м.

Решение. Любой из значений H_1 и H_2 принимаем по лучу (см. рис. 27), например $H_1=-0,3$ м, и находим на нем точку пересечения с перпендикуляром, соответствующим абсциссе $H_2=-0,2$ м. От этой точки проводим горизонтальный луч до встречи с гиперболой, от которой опускаем перпендикуляр на шкалу «Объемы», где находим объем (4,75 м³). Умножив это число на модуль кратности 4 (для $a=20$ м), получим искомым объем:

$$V_{\text{пир}} = 4,75 \cdot 4 = 19 \text{ м}^3.$$

На всю операцию определения потребовались считанные секунды, тогда как аналитический подсчет по формуле Яцины (55) занял бы в десятки раз больше времени при той же точности. Это видно из следующего:

$$\begin{aligned} V_{\text{пир}} &= \frac{20^2}{6} \cdot \frac{0,58^3}{(0,2 + 0,58)(0,3 + 0,58)} = \frac{400}{6} \cdot \frac{0,195112}{0,78 \cdot 0,88} = \\ &= 66,67 \frac{0,195}{0,687} = 19 \text{ м}^3 \text{ (с округлением)}. \end{aligned}$$

Табулирование значений объемов клиновидной части переходного треугольника по формуле (59) основано на раскрытии закономерности изменения по линейному закону числителя и выражения в знаменателе, указанного в скобках (табл. 4).

ТАБЛИЦА 4. МАТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ

$H_{\text{кл}}$	Объем клина, м ³ , при H_3				
	0	1 м	2 м	3 м	4 м
$H'_{\text{кл}}$	$\frac{H'_{\text{кл}}}{(H'_{\text{кл}})^2}$	$\frac{H'_{\text{кл}} + 3}{(H'_{\text{кл}} + 2)^2}$	$\frac{H'_{\text{кл}} + 6}{(H'_{\text{кл}} + 4)^2}$	$\frac{H'_{\text{кл}} + 9}{(H'_{\text{кл}} + 6)^2}$	$\frac{H'_{\text{кл}} + 12}{(H'_{\text{кл}} + 8)^2}$
$H''_{\text{кл}}$	$\frac{H''_{\text{кл}}}{(H''_{\text{кл}})^2}$	$\frac{H''_{\text{кл}} + 3}{(H''_{\text{кл}} + 2)^2}$	$\frac{H''_{\text{кл}} + 6}{(H''_{\text{кл}} + 4)^2}$	$\frac{H''_{\text{кл}} + 9}{(H''_{\text{кл}} + 6)^2}$	$\frac{H''_{\text{кл}} + 12}{(H''_{\text{кл}} + 8)^2}$
...
$H'''_{\text{кл}}$	$\frac{H'''_{\text{кл}}}{(H'''_{\text{кл}})^2}$	$\frac{H'''_{\text{кл}} + 3}{(H'''_{\text{кл}} + 2)^2}$	$\frac{H'''_{\text{кл}} + 6}{(H'''_{\text{кл}} + 4)^2}$	$\frac{H'''_{\text{кл}} + 9}{(H'''_{\text{кл}} + 6)^2}$	$\frac{H'''_{\text{кл}} + 12}{(H'''_{\text{кл}} + 8)^2}$

На основании матрицы установлен простой алгоритм для автоматического построения вспомогательной таблицы в области определения любого множества значений без каких-либо вычислений по табл. 5, где числитель изменяется монотонно по строкам с разностью, равной трем единицам, а знаменатель — двум. По графам таблицы оба значения представляют собой натуральные ряды чисел. Остаются несложные арифметические действия для получения рабочей таблицы (табл. 6).

Для расчетов, обеспечивающих требуемую на практике точность, достаточно принять интервалы 0,02; 0,05; 0,1 м, в зависимости от величин смежных значений, позволяющих применить линейную интерполяцию.

Пользуясь принципом прямого и обратного пропорционального изменения (приложение 5), на основе одной таблицы составляют детальные рабочие таблицы.

Целесообразность применения таблиц подсчета объемов клина и пирамид, а также номограмм показана на следующем примере.

Пример. Требуется определить объемы насыпи и выемки в переходном треугольнике, при $H_3 = -1,6$ м; $H_1 = 0,6$ м; $H_2 = 1,2$ м; $a = 20$ м.

Решение. Применяем принцип пропорционального изменения, поскольку исходные аргументы превышают табличные. Уменьшаем значения вдвое:

$$H'_{\text{кл}} = \frac{H_{\text{кл}}}{2} = \frac{0,6 + 1,2}{2} = 0,9 \text{ м};$$

ТАБЛИЦА 5. ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ МАТРИЦА

$H_{\text{кл}}, \text{ м}$	Объем клина, м^3 , при H_s										
	0	0,1 м	0,2 м	0,3 м	0,4 м	0,5 м	0,6 м	0,7 м	0,8 м	0,9 м	1 м
0,1	0,1	0,4	0,7	1	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5	2,8	3,1
	$0,1^2$	$0,3^2$	$0,5^2$	$0,7^2$	$0,9^2$	$1,1^2$	$1,3^2$	$1,5^2$	$1,7^2$	$1,9^2$	$2,1^2$
0,2	0,2	0,5	0,8	1,1	1,4	1,7	2	2,3	2,6	2,9	3,2
	$0,2^2$	$0,4^2$	$0,6^2$	$0,8^2$	1^2	$1,2^2$	$1,4^2$	$1,6^2$	$1,8^2$	2^2	$2,2^2$
0,3	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3	3,3
	$0,3^2$	$0,5^2$	$0,7^2$	$0,9^2$	$1,1^2$	$1,3^2$	$1,5^2$	$1,7^2$	$1,9^2$	$2,1^2$	$2,3^2$
0,4	0,4	0,7	1	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5	2,8	3,1	3,4
	$0,4^2$	$0,6^2$	$0,8^2$	1^2	$1,2^2$	$1,4^2$	$1,6^2$	$1,8^2$	2^2	$2,2^2$	$2,4^2$
0,5	0,5	0,8	1,1	1,4	1,7	2	2,3	2,6	2,9	3,2	3,5
	$0,5^2$	$0,7^2$	$0,9^2$	$1,1^2$	$1,3^2$	$1,5^2$	$1,7^2$	$1,9^2$	$2,1^2$	$2,3^2$	$2,5^2$
0,6	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3	3,3	3,6
	$0,6^2$	$0,8^2$	1^2	$1,2^2$	$1,4^2$	$1,6^2$	$1,8^2$	2^2	$2,2^2$	$2,4^2$	$2,6^2$
0,7	0,7	1	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5	2,8	3,1	3,4	3,7
	$0,7^2$	$0,9^2$	$1,1^2$	$1,3^2$	$1,5^2$	$1,7^2$	$1,9^2$	$2,1^2$	$2,3^2$	$2,5^2$	$2,7^2$
0,8	0,8	1,1	1,4	1,7	2	2,3	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8
	$0,8^2$	1^2	$1,2^2$	$1,4^2$	$1,6^2$	$1,8^2$	2^2	$2,2^2$	$2,4^2$	$2,6^2$	$2,8^2$
0,9	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3	3,3	3,6	3,9
	$0,9^2$	$1,1^2$	$1,3^2$	$1,5^2$	$1,7^2$	$1,9^2$	$2,1^2$	$2,3^2$	$2,5^2$	$2,7^2$	$2,9^2$
1	1	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5	2,8	3,1	3,4	3,7	4
	1^2	$1,2^2$	$1,4^2$	$1,6^2$	$1,8^2$	2^2	$2,2^2$	$2,4^2$	$2,6^2$	$2,8^2$	3^2

ТАБЛИЦА 6. ОБЪЕМЫ КЛИНА В ПЕРЕХОДНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКАХ при $a=10 \text{ м}$

$H_{\text{кл}}, \text{ м}$	Объем клина, м^3 , при H_s									
	0,1 м	0,2 м	0,3 м	0,4 м	0,5 м	0,6 м	0,7 м	0,8 м	0,9 м	$\pm 1 \text{ м}$
0,1	0,74	0,466	0,34	0,268	0,22	0,188	0,163	0,144	0,13	0,117
0,2	2,084	1,483	1,149	0,933	0,788	0,68	0,598	0,535	0,483	0,441
0,3	3,6	2,75	2,22	1,86	1,599	1,4	1,245	1,122	1,022	0,935
0,4	5,18	4,16	3,46	2,965	2,58	2,29	2,055	1,867	1,708	1,573
0,5	6,8	5,66	4,82	4,2	3,7	3,32	3	2,74	2,52	2,335
0,6	8,44	7,20	6,24	5,5	4,92	4,4	4,05	3,715	3,44	3,19
0,7	10,09	8,76	7,73	6,9	6,22	5,65	5,19	4,78	4,44	4,14
0,8	11,77	10,36	9,24	8,32	7,57	6,93	6,38	5,91	5,525	5,165
0,9	13,39	11,99	10,80	9,8	8,97	8,25	7,65	7,125	6,67	6,25
1	15,02	13,6	12,38	11,31	10,41	9,65	8,96	8,37	7,87	7,4

$$H'_3 = \frac{1,6}{2} = 0,8 \text{ м.}$$

Находим по табл. 6 на пересечении строки 0,9 с графой 0,8 объем клина $7,125 \text{ м}^3$, удваиваем его, затем умножаем на модуль кратности (для $a=20 \text{ м}$), что дает искомое:

$$V_{\text{кл}} = 14,25 \cdot 4 = 57 \text{ м}^3.$$

Объем пирамиды определяем также по принципу пропорционального изменения, уменьшим исходные в 10 раз, т. е. $H'_3 = 0,16 \text{ м}$; $l'_1 = 0,06 \text{ м}$; $H'_2 = 0,12 \text{ м}$. Соответственно увеличиваем в 10 раз указанные в таблице объемы и полученные числа умножаем на модуль кратности. По табл. 21 [16] находим объем $1,11 \text{ м}^3$, увеличиваем это значение в 10 раз, умножаем на 4 и получаем

$$V_{\text{пир}} = - (11,1 \cdot 4) = - 44,4 \text{ м}^3.$$

Аналитический способ дает следующие результаты:

$$V_{\text{пир}} = \frac{-400}{6} \cdot \frac{1,6^2}{1,6 + 0,6 + 1,2 + \frac{0,6 \cdot 1,2}{1,6}} = - 44,3 \text{ м}^3.$$

Находим объем клина через балансовый объем:

$$V_{\text{кл}} = \frac{400}{6} (1,8 - 1,6) - (- 44,3) = 57,6 \text{ м}^3.$$

Разность $0,6 \text{ м}^3$ практически ничтожна (примерно 1%), поэтому преимущество по сокращению трудоемкости весьма очевидно.

3. Подсчет объемов грунта и трассировочных ординат на откосных участках

При проектировании земляных работ кроме подсчета частных объемов в пределах сетки картограммы необходимо учитывать еще объемы выемки и насыпи на откосных участках вдоль всей границы участка планировки (рис. 28). При помощи откосов последний сопрягается с естественным рельефом местности. Крутизна откосов назначается в зависимости от строительных свойств грунтов из условия их устойчивости. Часто встречаются откосы $1 : 1$, $1 : 1,25$; $1 : 1,5$; $1 : 2$ и реже $1 : 2,5$; $1 : 3$. Наряду с определением объемов очень важно провести границы отвода земельного участка, учитывая при этом образование откосов. При проектировании обычно пренебрегают поперечным уклоном (по отношению к границам участка), принимая его равным нулю ($i_{\text{пов}}=0$), что облегчает решение задачи. Однако при рельефе с уклоном это может привести к большой погрешности по объемам

Рис. 28. Схема образования откосных участков по контуру строительной площадки

1—4 — отдельные призматойды на откосах, примыкающих к участку планировки и естественному рельефу

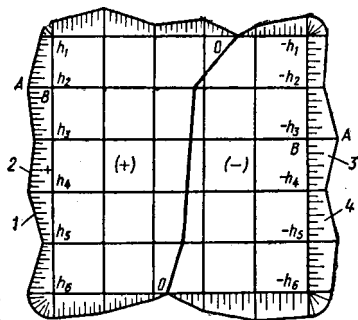
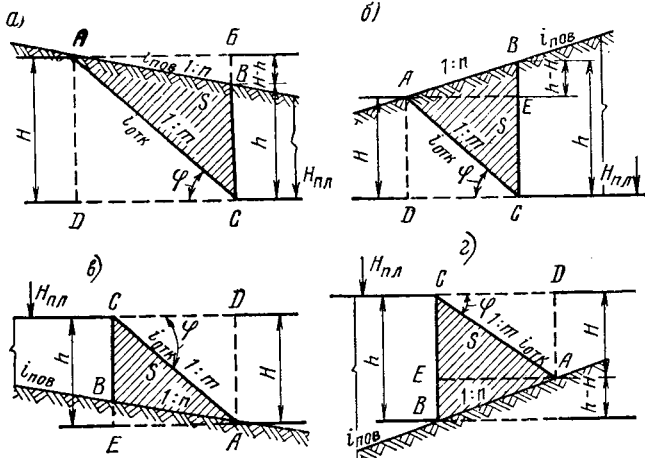


Рис. 29. Типичные случаи сопряжения выемок и насыпей по контуру строительной площадки при сложном рельефе

а — в зоне выемки с уклоном поверхности $i_{пов}$ в сторону участка; б — то же, с уклоном поверхности от участка; в — в зоне насыпи с уклоном поверхности $i_{пов}$ от участка; г — то же, с уклоном поверхности в сторону участка



работ и непредусмотренному захвату смежной территории.

Автором разработан универсальный способ, позволяющий находить три параметра: объем, длину разбивочных ординат и площадь откосов на случай их крепления и планировки, что должно входить в смету [41].

Типичные случаи сопряжения участка планировки с окружающей местностью показаны на рис. 29. Вдоль контура участка против каждого квадрата сетки картограммы образуются призматойды типа обелиска с треугольным поперечным сечением. Задача сводится к определению площади треугольника ABC , длины откоса AC и трассировочной ординаты AB . Следует подчеркнуть,

что величину трассировочной ординаты здесь рассматривают не в проекции на горизонтальную плоскость, а непосредственно на поверхности, имеющей уклон, что значительно облегчает разбивку на местности границ участков, исключая ватерпасовку.

В теории проектирования земляных сооружений принято обозначать крутизну откосов отношением $1:m$, где m — показатель откоса, указывающий, во сколько раз заложение (проекция) откоса DC больше падения (высоты) откоса $AD=H$. Следовательно, $DC=mH$. С точки зрения тригонометрии, $m=\text{ctg } \varphi$. Аналогично сказанному крутизну естественной поверхности (косогора) обозначают отношением $1:n$. Поэтому справедливы равенства:

для схем рис. 29,а и в

$$DC = AE = n(H - h),$$

для схем рис. 29,б и г

$$DC = AE = n(h - H),$$

где H — высота откоса, м; h — рабочая отметка вершины примыкающего квадрата картограммы, м.

Площадь S треугольника ABC для схем рис. 29,а и в равна

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{h}{2} CD = \frac{h}{2} AE = \frac{h}{2} mH = \frac{h}{2} n(H - h), \\ \text{аналогично для схем рис. 29,б и г} \\ S &= \frac{h}{2} mH = \frac{h}{2} n(h - H). \end{aligned} \right\} (66)$$

Решая равенства, получаем общую зависимость для всех схем:

$$H = \frac{nh}{n \pm m}, \quad (67)$$

где знак «+» принимается для схем рис. 29,б и г, знак «-» для схем рис. 29,а и в.

Подставляя правую часть выражения (67) в формулу (66), получаем

$$S = \frac{nmh^2}{2(n \pm m)}. \quad (68)$$

Однако не всегда удобно пользоваться формулой с параметрами m и n : при $i_{\text{пов}} \rightarrow 0$ показатель $n \rightarrow \infty$, в этом случае потребуется раскрывать неопределенность.

Целесообразнее выражать m и n через их обратные величины: уклоны $i_{отк} = \frac{1}{m}$, $i_{пов} = \frac{1}{n}$. Тогда

$$S = \frac{h^2}{2 (i_{отк} \pm i_{пов})}. \quad (69)$$

Обозначив алгебраическую сумму уклонов критерием ρ , можно переписать формулу (69) в следующем виде:

$$S = \frac{h^2}{2\rho}. \quad (70)$$

Эта формула будет каноническим уравнением параболы, если принять $y \equiv h$, $x \equiv S$.

Следовательно, множество значений S подчинено за-

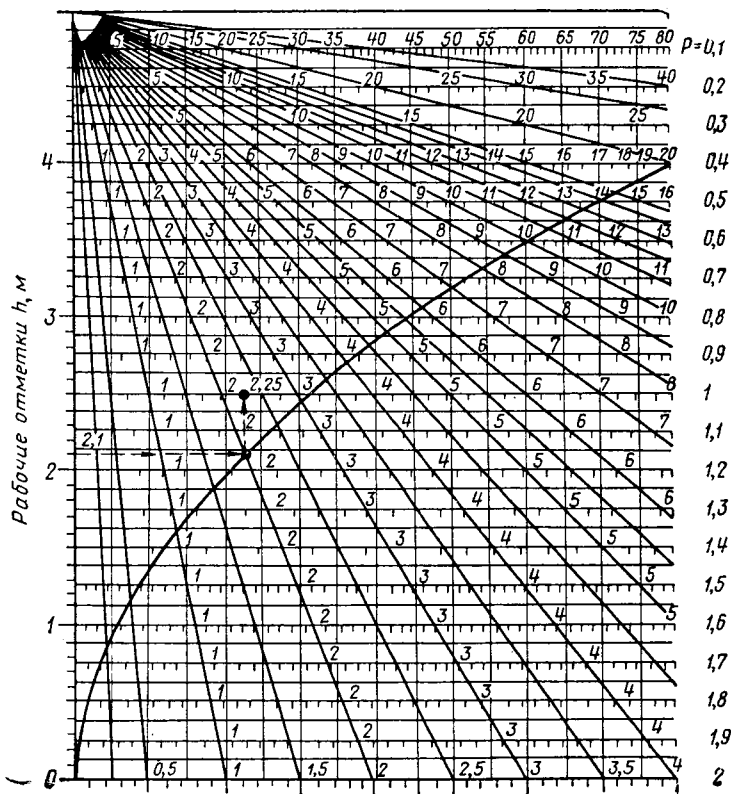


Рис. 30. Универсальная номограмма для определения площади сопряжения на откосных участках строительной площадки

кону параболы, что дает теоретическую основу для построения универсальной номограммы, приведенной на рис. 30. Вместо семейства парабол здесь принята одна парабола с расстоянием между фокусом и директрисой $p=2$ при соответствующей тарировке основных осей системы координат. Это дает возможность наложить на график семейство шкал S через одинаковые промежутки с градуировкой по принципу геометрического деления параллельных прямых на равные и пропорциональные части при помощи лучей, проведенных из одного полюса. Точность отсчетов по номограмме, как показал опыт ее применения, вполне достаточна. Лучи, кроме вспомогательной роли при построении, служат для более точного отсчета промежуточных значений между основными шкалами p . В тех случаях, когда исходная h более 4, следует использовать принцип уменьшения вдвое заданной h с последующим увеличением результата в 4 раза. Прием пользования номограммой предельно прост (показан на рисунке стрелками). Рассмотрим это на примере.

Пример. Требуется определить площадь сечения выемки откоса при $h=2,1$ м; $m=2,25$ ($i_{отк}=0,8$); $n=5$ ($i_{пов}=0,2$).

Решение. Параметр параболы $p=0,8+0,2=1$. На оси ординат находим $h=2,1$ м и проводим от этого значения горизонтальный луч до встречи с параболой. От точки встречи проводим вертикальный луч до шкалы $p=1$, на которой определяем $S=2,25$ м².

Трассировочная ордината $L_{тр}=AB$ является гипотенузой прямоугольного треугольника ABE (см. рис. 29).

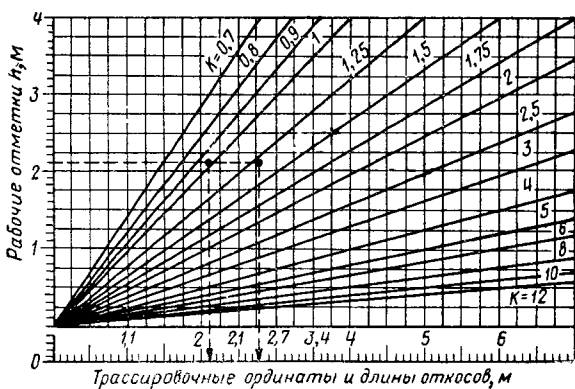


Рис. 31. Универсальный график для определения длины откоса и трассировочных ординат при сложном рельефе

Для определения ее величины получена формула

$$L_{\text{тр}} = \frac{\sqrt{1 + i_{\text{пов}}^2}}{\rho} h. \quad (71)$$

Длину откоса $L_{\text{отк}} = AC$ находят из треугольника ACD , получая формулу, аналогичную (71):

$$L_{\text{отк}} = \frac{\sqrt{1 + i_{\text{отк}}^2}}{\rho} h. \quad (72)$$

Эти формулы имеют гиперболическую природу. Однако обе зависимости целесообразнее привести к линейному закону, приняв множество отношений радикала к ρ за угловой коэффициент K .

$$\text{Тогда} \quad L = K h. \quad (73)$$

Значения радикала для исходных $i_{\text{пов}}$ и $i_{\text{отк}}$ приведены в табл. 7.

ТАБЛИЦА 7. ЗНАЧЕНИЯ РАДИКАЛОВ ДЛЯ $i_{\text{пов}}$ И $i_{\text{отк}}$

Крутизна $\frac{1:m}{1:n}$	1:1	1:1,25	1:1,5	1:1,75	1:2	1:2,5	1:3	1:3,5	1:4	1:5
Уклон $i_{\text{пов}}$ (отк)	1	0,8	0,67	0,57	0,5	0,4	0,33	0,3	0,25	0,3
$\sqrt{1 + i_{\text{пов}}^2}$ (отк)	1,41	1,31	1,2	1,15	1,12	1,07	1,05	1,04	1,03	1,02

На основании зависимости (73) составлен график (рис. 31), который состоит из семейства прямых, соответствующих значениям K . График позволяет достаточно быстро и точно находить $L_{\text{тр}}$ и $L_{\text{отк}}$, что можно показать на примере.

Пример. Необходимо определить $L_{\text{тр}}$ и $L_{\text{отк}}$ по исходным данным предыдущего примера.

Решение. Значение параметра параболы то же ($\rho = 0,8 + 0,2 = 1$). По табл. 7 находим значения радикалов: для $L_{\text{отк}}$ 1,31 м (по $i = 0,8$), для $L_{\text{тр}}$ 1,02 м (по $i = 0,2$). Отсюда $K_{\text{отк}} = \frac{1,31}{1} = 1,31$ и $K_{\text{пов}} = \frac{1,02}{1} = 1,02$. По графику получаем результат (прием пользования номограммой показан стрелками): $L_{\text{отк}} = 2,7$ м; $L_{\text{тр}} = 2,1$ м.

Объемы земляных работ на откосных участках рекомендуется определять по найденным значениям более точно как объемы призматоеидов. На практике же ради упрощения пользуются приближенной формулой Винклера, что при пересеченном рельефе может привести к погрешности до 33%.

Автором на основе точной формулы Симпсона получена формула, которую можно выразить применительно к данной задаче:

$$V = \frac{a}{6} (S_1 + S_2 + 4 S_{cp}), \quad (74)$$

где a — сторона квадрата (или длина призматоеида); S_1, S_2 — площади крайних сечений призматоеида, определяемые по номограмме (см. рис. 30); S_{cp} — площадь сечения в середине призматоеида, определяемая по полусумме рабочих отметок крайних сечений, т. е.

$$S_{cp} = \frac{\left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)^2}{2 p} = \frac{(h_1 + h_2)^2}{8 p}.$$

Подставив в формулу (74) правую часть этого выражения и сократив ее на 4, получим

$$V = \frac{a}{6} \left[S_1 + S_2 + \frac{(h_1 + h_2)^2}{2 p} \right].$$

Но третье слагаемое согласно формуле (70) есть также площадь сечения с приведенной высотой $h_3 = h_1 + h_2$, которую обозначим через S_3 . Тогда формула для подсчета объемов на откосных участках примет окончательный вид:

$$V = \frac{a}{6} (S_1 + S_2 + S_3) = \frac{a}{6} \sum_1^3 S. \quad (75)$$

Все слагаемые в скобках находят по номограмме. При достаточно большом числе контурных квадратов целесообразно пользоваться универсальными таблицами из [16], чтобы обойтись без вычислительных операций. При этом указанные в таблице значения надо уменьшить во столько раз, во сколько заданная сторона меньше 100. Если $a = 10$ м, следует уменьшить в 10 раз (перенести запятую на один знак влево), если

$a=50$ м, уменьшить вдвое, а если $a=100$ м, объем берем по таблице без изменения.

Все расчеты удобно вести в ведомости, форма которой приведена в табл. 8.

Рассмотрим определение параметров на откосных участках на следующем примере.

ТАБЛИЦА 8. ВЕДОМОСТЬ ПОДСЧЕТА ОБЪЕМОВ, ПЛОЩАДЕЙ И ОРДИНАТ НА ОТКОСНЫХ УЧАСТКАХ КАРТОГРАММЫ

Номер квадрата	$h_1, h_2, h_3, \text{ м}$	$p = i_{\text{отк}} - i_{\text{пов}}$	$S_1, S_2, S_3, \text{ м}^2$	$\sum S, \text{ м}^2$	$V, \text{ м}^3$	$L'_{\text{тр}}, L''_{\text{тр}}, \text{ м}$	$L'_{\text{отк}}, L''_{\text{отк}}, \text{ м}$	$S_{\text{отк}}, \text{ м}^2$
6	2,45 0,8 3,25	0,75	4 0,42 7	11,42	95,17	3,4 1,1	4,7 1,5	155

Пример. Требуется определить объем призматоида, примыкающего к квадрату со стороной $a=50$ м, с рабочими отметками в вершинах $h_1=2,45$ м, $h_2=0,8$ м при крутизне откоса выемки 1:1 ($i_{\text{отк}}=1$), косограда 1:4 ($i_{\text{пов}}=0,25$). Направление уклонов соответствует схеме рис. 29,а.

Решение. Находим $p=1-0,25=0,75$ м и записываем это значение в третью графу ведомости. Соответственно заносим во вторую графу числовые значения h_1, h_2 и h_3 ($h_3=2,45+0,8=3,25$ м).

Находим по номограмме рис. 30 на шкале $p=0,75$ значения площади сечения $S_1=4 \text{ м}^2$ (по $h_1=2,45$ м); $S_2=0,42 \text{ м}^2$ (по $h_2=0,8$ м); $S_3=7 \text{ м}^2$ (по $h_3=3,25$ м) и также заносим в четвертую графу ведомости, а их сумму — в пятую графу.

По таблице в приложении или по таблице из [16] (т. 3, стр. 6—7) находим искомый объем, соответствующий $\sum H=11,42$ м, и уменьшаем его в 2 раза (т. е. $190,34:2=95,17 \text{ м}^3$), полученное значение записываем в шестую графу ведомости. Аналитический подсчет по формуле (75) дает тот же результат.

Для определения $L_{\text{тр}}$ и $L_{\text{отк}}$ поступаем точно так же, как и в предыдущем примере, затем, с помощью табл. 7 по графику на рис. 31 находим значения $L'_{\text{тр}}=3,4$ м; $L''_{\text{тр}}=1,1$ м; $L'_{\text{отк}}=4,7$ м; $L''_{\text{отк}}=1,5$ м, которые заносим в седьмую и восьмую графы.

Площадь планировки или крепления откоса в пределах рассматриваемого квадрата находим по таблице как произведение полусуммы $L_{\text{отк}}$ на величину стороны квадрата $a=50$ м и заносим ее в девятую графу.

Приведенная методика подсчета частных объемов в полных (рядовых) и переходных квадратах, а также и на откосных участках, помимо повышения точности, имеет еще одно преимущество — позволяет в несколько раз снизить трудоемкость инженерного труда по сравнению с применяемыми на практике способами.

1. Интегральная интерпретация графоаналитического
метода Ф. И. Кутьинова

Недостатки метода Ф. И. Кутьинова, рассмотренные в главе I, можно устранить, не прибегая к построению диаграмм [14]. Представим кривые нарастающих объемов выемки и насыпи (рис. 32) как графики непрерывных положительных функций $y=f(x)$ и $y=\varphi(x)$ на отрезке $|a, b|$. В этом случае площадь W между кривыми определится разностью площадей S и s , накрытых этими кривыми и представляющими собой криволинейные трапеции. Одно из оснований трапеций равно нулю, другое — конечной ординате, общей для обеих площадей и численно выражающей полный объем выемки $V_{\text{в}}$, равный объему насыпи $V_{\text{н}}$ согласно нулевому балансу земляных масс.

Площадь S , ограниченная сверху кривой $y=f(x)$, численно равна определенному интегралу от функции $f(x)$ на отрезке $|a, b|$ точно так же, как площадь s равна интегралу от функции $\varphi(x)$ на том же отрезке. Следовательно, площадь между кривыми W можно выразить разностью этих интегралов, т. е.

$$W = S - s = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b \varphi(x) dx. \quad (76)$$

Для решения данных интегралов нельзя применять формулу Ньютона-Лейбница, так как подынтегральные функции не заданы уравнениями. Эти функции можно представить как нарастающие суммы объемов для ря-

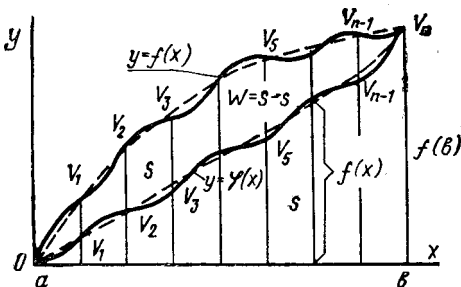


Рис. 32. График функций к интегральной интерпретации графоаналитического метода Ф. И. Кутьинова

да значений независимой переменной x через одинаковые промежутки, равные стороне квадрата $a_{\text{КВ}}$:

для $f(x)$

$$0, V_1, V_2, V_3, \dots, V_{n-1}, V_n (V_n);$$

для $G(x)$

$$0, v_1, v_2, v_3, \dots, v_{n-1}, v_n (v_n).$$

(77)

Интегралы в выражении (76) вычисляются по известным методам приближенного интегрирования, основанным на интерполяционном многочлене Лагранжа, частным решением которого является общая формула трапеций:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{2n} [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1})]. \quad (78)$$

В рассматриваемом случае пределы интегрирования равны: $a=0$, $b=L$; L — длина или ширина в другой проекции участка; n — число рядов квадратов картограммы по длине или ширине; ординаты y_i идентичны табличным значениям V_i и v_i .

Подставив выражения из (77) в (78), а затем в (76), получим

$$W = \frac{L-0}{2n} [0 + V_n + 2(V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_{n-1})] - \\ - \frac{L-0}{2n} [0 + v_n + 2(v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{n-1})].$$

Следует учесть, что $\frac{L}{n} = a_{\text{КВ}}$. Преобразуем это равенство:

$$W = a_{\text{КВ}} [(V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_{n-1})] - \\ - (v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{n-1}) = a_{\text{КВ}} \left(\sum_{i=1}^{n-1} V_i - \sum_{i=1}^{n-1} v_i \right).$$

Обозначим разность сумм через $D_{x(y)}$, тогда

$$W = a_{\text{КВ}} D_{x(y)}. \quad (79)$$

Значение D в обеих проекциях картограммы нетрудно определить без всяких графических построений. Как правило, итоговые суммы объемов по рядам картограммы при проектировании всегда подсчитываются и выносятся в две строки: выемка (+), насыпь (—).

На основании полученной формулы (79) определяем среднюю дальность перемещения грунта:

$$L_{\text{ср}} = a_{\text{кв}} \sqrt{\left(\frac{D_x}{V_B}\right)^2 + \left(\frac{D_y}{V_B}\right)^2}. \quad (80)$$

Общий знаменатель V_B можно вынести за знак радикала, но он преднамеренно оставлен под корнем для устранения числовой громоздкости при возведении D в квадрат и последующем извлечении корня из сумм квадратов D . Индексы x и y указывают на вертикальные и горизонтальные ряды картограммы.

Предложенный автором способ устраняет недостатки метода Ф. И. Кутьинова и в ряде случаев повышает точность за счет исключения графических операций и числовой громоздкости. Наглядное сравнение обоих способов наряду с другими показано на примере в главе V.

2. Точный способ определения средневзвешенной дальности перемещения земляных масс

Критерий точности дальности перемещения грунта на строительной площадке достаточно относителен. Выбирать его однозначно не имеет смысла. Поскольку дальность перемещения является исходным аргументом для применения той или иной единичной расценки и выбора транспортных средств, точность будет зависеть от принятой градации в сметных нормах и ценнике № 3. Для одних машин она составит 5 м, для других 10, 100, для автотранспорта 500 м и т. д.

При проектировании общую усредненную дальность для всего объема перерабатываемого грунта необходимо определять как можно точнее, чтобы иметь возможность выбрать более рациональные способы и средства перемещения земляных масс. Это особенно важно в тех случаях, когда объем работ и размеры строительной площадки достаточно велики и сказывается необходимость в дифференцированном решении по отдельным участкам с учетом способов разработки грунта. После выбора способов и средств перемещения округляют расчетные результаты в пределах, оговоренных сметными нормативами.

Более точную дальность перемещения можно получить при условии рассмотрения физического характе-

ра этой величины. Совершенно очевидно, что перевозка грунта из зоны выемки в зону насыпи есть работа всех транспортных средств. Полная работа W складывается из суммы всех элементарных перевозок. Математически W можно выразить суммой векторов ω элементарных работ по перемещению земляных масс, т. е.

$$W = \sum_{i=1}^{i=n} \omega_i = \sum_{i=1}^{i=n} V_i l_i, \quad (81)$$

где V_i — частный объем перемещаемого грунта, м³; l_i — расстояние (или трасса) перемещения i -го объема, м.

Каждое расстояние (или трассу) l_i правомерно рассматривать как физический вектор, закрепленный к определенной точке пространства, которое в свою очередь представляет собой векторное поле. Но векторная алгебра позволяет производить действия лишь с математическими векторами (свободными, скользящими). Поэтому расстояние перемещения всего массива, занимающего векторное пространство, можно лишь условно рассматривать как скалярную величину условного средневзвешенного вектора $L_{\text{ср. взв}}$, равную частному от деления полной работы на полный объем перемещаемого грунта $V_B = V_H$:

$$L_{\text{ср. взв}} = \frac{W}{V_B}. \quad (82)$$

Из полученного выражения очевидно, что точность $L_{\text{ср. взв}}$ зависит от точности суммарной работы. Ее можно определить методами линейного программирования, зная частные пути перемещения грунта. Но на стадии техно-рабочего проектирования решение оказалось бы сложным и неоправданным.

Используя идею Брюкнера и свойства кривых Ф. И. Кутьинова, автором получены новые способы определения средневзвешенной дальности.

Метод Брюкнера в решении плоской задачи дает строгое соответствие «момента возки» грунта суммарной работе по его перемещению (см. 1.2). Здесь геометрические центры тяжести идентичны точкам закрепления условного физического вектора средневзвешенной дальности перемещения.

В отличие от пространственной задачи, рассмотренной Ф. И. Кутьиновым, превращение картограммы в другую ее разновидность дает возможность решить пространственную задачу путем приведения ее к плос-

кой задаче. Достичь этого можно условным поворотом и выпрямлением нулевой линии относительно проекции главного направления перемещения, чтобы все объемы по обе стороны нулевой линии полностью сохранились. Тогда наибольшая ордината кривой Брюкнера в точке перегиба будет численно равна полному объему перемещаемого грунта (рис. 33,б). Вместе с поворотом нулевой линии из положения $O-O$ в положение $O'-O'$ (рис. 33,а) условный вектор суммарной работы с точками закрепления $Ж$ и $З$ так же будет повернут, как элемент всей системы, и займет положение, параллельное оси проекции (точки $Ж'$ и $З'$). В этом случае величина проекции равна действительной величине модуля вектора $ЖЗ$. Способ поворота вектора применяют в начертательной геометрии для определения действительной длины отрезка любой произвольно направленной прямой.

На основании рис. 33 можно составить аналитическое решение без графических построений. Согласно эпюре на рис. 33,б, построенной по итогам сумм нарастающих объемов вертикальных рядов квадратов, площадь эпюры, равную теперь полной работе W , вычисляют из следующей формулы по перемещению всего объема грунта:

$$W = a_{\text{кв}} \sum_{i=1}^{n-1} d_i = a_{\text{кв}} D, \quad (83)$$

где $a_{\text{кв}}$ — сторона квадрата сетки картограммы, м; d_i — ординаты эпюры, численно равные разности нарастающих сумм выемки и насыпи по рядам квадратов, м³; D — сумма всех ординат эпюры, м³.

Окончательная формула для вычисления средневзвешенной дальности перемещения грунта будет иметь следующий вид:

$$L_{\text{ср. взв}} = \frac{a_{\text{кв}} D}{V_{\text{в}}}, \quad (84)$$

где $V_{\text{в}}$ — полный объем выемки, подсчитанный по сумме частных объемов, м³.

Определить значения членов ряда d_i как однозначных ординат несложно. Все они положительны, поскольку работа не может быть отрицательной. Поэтому выемка всегда имеет знак плюс. На основании полученных объемов выемки и насыпи по рядам карто-

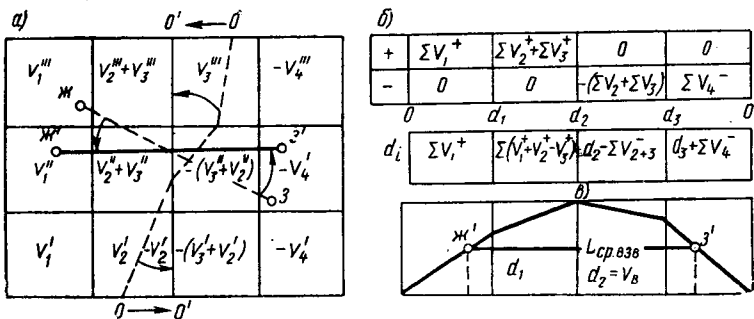


Рис. 33. Расчетная схема к обоснованию точного способа определения средневзвешенной дальности перемещения земляных масс
 а — по горизонтальной проекции картограммы; б — по вертикальной проекции картограммы

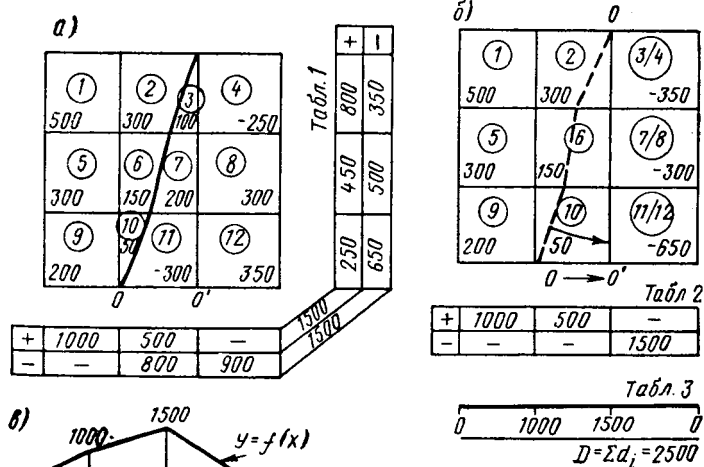


Рис. 34. Схемы для определения средневзвешенной дальности перемещения грунта
 а — заданная картограмма; б — то же, преобразованная с условным поворотом нулевой линии и сохранением всех объемов; в — эпюра полной работы (кривая Брюкнера)

граммы в один из рядов переходной зоны необходимо поставить полные объемы выемки, а сумму объемов насыпи переместить из этого ряда в смежный, как показано на рис. 34 в таблицах под картограммами: объем среднего ряда (500) оставлен в табл. 2 под преобразованной картограммой (рис. 34, б), а объем того же ряда (600) перемещен в соседний справа, в котором записана сумма 1500 (600+900). Согласно закону переместительности такое перемещение не изменит значения W . Поясним это на примере.

Пример. Необходимо определить средневзвешенную дальность перемещения грунта на строительной площадке по картограмме, изображенной на рис. 34. Размер стороны квадрата $a=50$ м; нулевой баланс $V_{в}=V_{н}=1500$ м³.

Решение. Условно поворачиваем нулевую линию 00 до совмещения с линией сетки картограммы $00'$ (рис. 34, б).

Затем переписываем полученное значение объемов табл. 2 так, чтобы объем насыпи среднего ряда был перемещен в смежный ряд (как бы сдвинут вместе с нулевой линией), и по данным таблицы составляем ряд однозначных ординат, последовательно суммируя объемы с учетом их знаков и записывая в табл. 3.

Далее суммируем все члены ряда табл. 3 и получаем $D=2500$ м³. Полученные суммы подставляем в формулу (84), затем определяем искомую средневзвешенную дальность:

$$L_{\text{ср. взв}} = 50 \frac{2500}{1500} = 83 \text{ м.}$$

При решении задачи нет необходимости строить преобразованную картограмму (рис. 34, б) и эпюру (рис. 34, в) кривой $y=f(x)$. Они показаны лишь для наглядности выполнения операций.

Как видно из примера, быстрота и простота решения данной задачи бесспорны. Но главное здесь — точность результата. Если решать ту же задачу по способу Ф. И. Кутьинова в интегральной интерпретации, используя формулу (80) и данные с учетом двух проекций (см. рис. 34), получим

$$L_{\text{ср}} = 50 \sqrt{\left(\frac{1900}{1500}\right)^2 + \left(\frac{850}{1500}\right)^2} = 68 \text{ м.}$$

По способу статических моментов (вследствие громоздкости вычисления не приведены) $L_{\text{ср}}=73$ м.

По линейному программированию, матрица которого приведена в табл. 9, определяем согласно формуле (81) работу по перемещению всего объема грунта:

$$\begin{aligned} W &= (200 \cdot 75) + (200 \cdot 112) + (200 \cdot 142) + (50 \cdot 25) + (250 \cdot 55) + \\ &+ (50 \cdot 78) + (250 \cdot 112) + (50 \cdot 35) + (100 \cdot 70) + (200 \cdot 63) + (50 \cdot 25) = \\ &= 120\,500 \text{ м}^3 \cdot \text{м.} \end{aligned}$$

ТАБЛИЦА 9. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГРУНТА ПО ЛИНЕЙНОМУ ПРОГРАММИРОВАНИЮ

Выемка		Объемы грунта, перемещаемого из квадратов выемки в квадраты насыпи, м ³ (по рис. 34)										
номер квадрата (по рис. 34)	объем грунта по картограмме, м ³	3 (100)	4 (250)	7 (200)	8 (300)	11 (300)	12 (350)					
1	500	0	70	0	100	200	200	0	112	112	142	
2	300	50	25	250	55	0	0	0	80	78	100	112
5	300	0	75	0	112	0	0	50	62	100	78	112
6	150	50	35	0	72	0	100	0	35	70	65	80
9	200	0	105	0	145	0	0	200	70	112	63	100
10	50	0	80	0	105	0	0	50	35	80	25	70

Примечание. Цифры в круглых скобках в головке таблицы означают объемы насыпи в квадратах (в м³), снятые по картограмме; в углах клеток матрицы — расстояние (в м) между центрами квадратов выемки и насыпи.

Таким образом, средневзвешенная дальность при условии оптимизации равна:

$$L_{\text{ср. взв}} = \frac{120\,500}{1500} = 81 \text{ м,}$$

что незначительно отличается от результата, полученного по новому способу.

Точность рассмотренного способа подтверждается тригонометрической интерпретацией проекции условного вектора полной работы. Его направление принимает-

ся перпендикулярным к усредненному (выпрямленному) направлению нулевой линии. Следовательно, при повороте всей системы векторного поля, когда нулевая линия становится перпендикулярной оси проекции, вектор занимает строго параллельное положение относительно этой оси и поэтому проектируется своей действительной величиной аналогично плоской задаче Брюкнера. На практике объемы могут иметь такое распределение, при котором условный вектор составляет угол отклонения от нормали к нулевой линии, что создает некоторую погрешность. Рассмотрение многочисленных картограмм дало возможность установить, что в подавляющем большинстве случаев угол отклонения не превышает 10° , а в редких случаях — 15° . Но косинус угла 10° отличается от 1 всего лишь на 0,015, а угла 15° — на 0,034. Следовательно, погрешность составляет от 1,5 до 3,5%, что вполне допустимо.

Принятая схема картограммы представляет собой основную расчетную модель. На практике же могут встретиться иные схемы: картограмма с двумя или более нулевыми линиями, примерно параллельными друг другу, картограмма с замкнутой нулевой линией и т. п. В таких случаях необходимо предварительно разбить картограммы на отдельные части с разбивкой объемов выемки и насыпи при соблюдении нулевых балансов в каждом участке. При замкнутой нулевой линии (возвышенность или впадина в середине участка) картограмму разбивают на четыре части. Принцип решения здесь такой же, как и при рассмотрении картограммы, приведенной на рисунке. Проекция всегда принимается по стороне участка, параллельной главному направлению перемещения земляных масс.

Использование одной проекции, устранение графических построений и вполне достаточная точность предлагаемого метода составляют неоспоримые преимущества перед ранее известными.

В отдельных случаях результаты этого метода совпадают с результатами других способов, в частности, когда нулевая линия (с учетом спрямления) почти перпендикулярна оси проекции (глава V). Такое совпадение результатов объясняется незначительным отличием косинуса угла поворота от единицы.

Глава IV. ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗЕМЛЯНЫХ МАСС НА СТРОИТЕЛЬНОЙ ПЛОЩАДКЕ

1. Теоретические основы линейного программирования, используемые в решении задачи распределения земляных масс

Экономически наивыгоднейшее распределение земляных масс на строительной площадке представляет собой решение задачи на оптимизацию. Из множества возможных (допустимых) сочетаний оптимальным будет лишь одно решение, которое можно найти только при помощи современных математических методов.

В социалистической экономике из математических методов наибольшее значение получили методы нахождения наилучшего, оптимального решения, объединенные названием математическое оптимальное программирование [39]. Основоположителем теории программирования, как известно, является советский ученый акад. Л. В. Канторович.

Понятие «оптимальное программирование» не следует смешивать с понятием «программирование», означающим составление программы для данного вычислительного процесса (алгоритма) на ЭВМ. Если объем решаемой задачи не оправдывает затрат труда на подготовку исходных данных и составление программы для ввода в ЭВМ, оптимальное программирование осуществляют ручными способами (алгоритмами).

Комплекс прикладных математических дисциплин составляет науку, называемую математической экономикой [39]. Одним из основных ее разделов является линейное программирование, широко применяемое на практике.

Для решения сложных задач необходимо наиболее совершенное и вместе с тем наиболее эффективное средство — четкая математическая модель изучаемого процесса, что широко открывает путь к использованию аппарата математического анализа. Разумеется, результаты решения по такой модели будут иметь практическое значение, если сама модель адекватно или достаточно хорошо отображает реальную ситуацию. Рас-

пределение земляных масс при вертикальной планировке с учетом объемов котлованов, траншей или без них правомерно отнести к классу транспортной математической модели и к аналоговой (гидравлической) модели [39]. Однако целый ряд специфических факторов технологического порядка требует региональной интерпретации, что впервые осуществлено автором книги.

Линейное программирование изучает способы отыскания максимума или минимума линейной функции при наличии линейных ограничений. Функция, отвечающая максимуму или минимуму, называется целевой функцией. Набор значений переменных, при котором достигается максимум или минимум, дает *оптимальный* (искомый) *план*. Всякий другой набор, также удовлетворяющий заданным ограничениям, определяет *допустимый план*.

Основной идеей линейно-программной модели является рассмотрение производственного процесса как плана в расчлененной форме, составленного из исходных производственных аргументов. В этой модели принята гипотеза линейности. В ходе решения значения переменных выбирают такими, чтобы заданные ограничения были удовлетворены и в итоге решения целевая функция достигала максимума или минимума (в зависимости от поставленной цели).

В решении транспортной задачи, к которой относится распределение земляных масс при вертикальной планировке, имеет смысл минимум функции, означающий наименьшие затраты на перемещение грунта из зоны выемки в зону насыпи. Исходными переменными в отыскании минимума являются известные оценки производственных факторов по каждому сочетанию, т. е. задан вектор

$$a_k = (a_{1k}, a_{2k}, a_{3k}, \dots, a_{nk}), \text{ где } k = 1, 2, 3, \dots, s.$$

Каждая из компонент a_{ik} характеризует объем производства i -го комплекса производственных факторов (ингредиента), если она положительна, и объем его расходования, если она отрицательна.

Выбор плана в линейном программировании — это указание использования различных сочетаний, т. е. план определяется вектором $x = (x_1, x_2, \dots, x_s)$ с неотрицательными компонентами x_k . Для каждого плана

x_k легко подсчитать балансы по каждому из ингредиентов. Это компоненты вектора:

$$\sum_{k=1}^s x_k a_k = \left(\sum_{k=1}^s a_{1k} x_k; \sum_{k=1}^s a_{2k} x_k; \dots; \sum_{k=1}^s a_{nk} x_k \right).$$

В общей задаче линейного программирования должны строго соблюдаться следующие ограничения: *производить нужно не меньше, чем требуется, а затрачивать не больше, чем имеется*, что идентично нулевому балансу объемов выемки и насыпи при вертикальной планировке.

Ограничения записываются в виде

$$\sum_{k=1}^s a_{ik} x_k \geq b_i.$$

Если число $b_i > 0$, значит потребность в комплексе ресурсов (ингредиенте) должна быть в размере b_i . Если $b_i < 0$, то наличие ресурсов составляет $-b_i = |b_i|$.

В линейном программировании принято, что использование каждого варианта или сочетания факторов связано с расходом одного из выделенного единичного ингредиента в количестве C_k . Тогда в качестве целевой функции $f(x)$ принимается суммарный расход этого ингредиента:

$$f(x) = \sum_{k=1}^s C_k x_k.$$

Общая задача линейного программирования может быть сформулирована математическим выражением

$$f(x) = \min \sum_{k=1}^s C_k x_k \quad (85)$$

при условиях

$$x_k \geq 0;$$

$$\sum_{k=1}^s a_{ik} x_k \geq b_i.$$

Для решения задачи необходимо знать без непосредственного сравнения с допустимыми планами, оптимален ли данный план. Такая возможность достига-

ется признаком оптимальности по теореме, состоящей из четырех условий существования вектора $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$:

$$y_i \geq 0; \quad i = 1, 2, 3, 4, \dots, m;$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ik} y_i \leq C_k;$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ik} y_i = C_k, \quad \text{если } x_k > 0;$$

$$y_i = 0, \quad \text{если } \sum_{k=1}^s a_{ik} x_k > b_i.$$

Компоненты вектора y_i рассматриваются как оценки всех видов производственных факторов. Вектор оценок y сам является продуктом решения экстремальной задачи, подобно описанной формуле (85). Поэтому для оптимальных планов справедливо соотношение

$$\sum_{k=1}^s C_k x_k = \sum_{i=1}^m b_i y_i, \quad (86)$$

которое носит название теоремы двойственности [39].

Использование этой теоремы и связанного с ней признака оптимальности лежит в основе большинства эффективных методов линейного программирования, из которых, например, можно выделить метод последовательного улучшения плана, разработанный акад. Л. В. Канторовичем [39], и симплекс-метод Дж. Данцига [40]. Процедура симплекс-метода состоит из двух этапов операций: проверки плана на оптимальность, включения рентабельных способов и вытеснения из базиса (опорного плана) нерентабельных.

Решение по этому методу достаточно сложно и громоздко. Наиболее доступен метод Л. В. Канторовича, по которому в допустимые планы вводятся последовательно более эффективные сочетания (или способы), в результате достигается последовательное улучшение плана. Находятся эти сочетания (или способы) в процессе определения оценок.

Изложенная теоретическая основа решения транспортной задачи на оптимизацию использована автором применительно к распределению земляных масс. Квадраты картограммы в зоне выемки приняты в качестве поставщиков или пунктов производства $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ с объемами $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$, а квадраты в зоне насыпи — потребителями $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ с объемами $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$.

Предполагается, что «производство» и «потребление» сбалансированы (нулевой баланс суммарных объемов), т. е.:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (87)$$

Известны также ингредиенты C_{ij} — затраты по перевозке единицы продукции (объема грунта) из i -го пункта производства (квадрата выемки) в j -й пункт потребления (квадрат насыпи). Они могут быть выражены в стоимостной форме или в натуральной, физической (например, в тонно-километрах). Тогда, обозначая через x_{ij} количество продукта (грунта), перевозимого из пункта (квадрата) A_i в пункт (квадрат) B_j , целевую функцию (минимальные суммарные затраты) можно выразить формулой

$$f(x) = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij} \quad (88)$$

при условиях, что из каждого пункта производства полностью вывозится произведенный объем и в каждый пункт потребления завозится лишь требуемый объем

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j;$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i$$

и что перевозимый объем продукта не может быть отрицательным:

$$x_{ij} \geq 0.$$

Всякий набор величин x_{ij} составляет допустимый план, но оптимален лишь один, когда затраты, выраженные формулой (88), будут наименьшими.

В решении транспортной задачи принят критерий или признак оптимальности плана: при каждой перевозке цена в пункте потребления равна цене в пункте производства плюс транспортные затраты.

Обозначая через U_i потенциал для i -го пункта производства (квадрата выемки), а через J_j — потенциал для j -го пункта потребления (квадрата насыпи), можно выразить критерий оптимальности зависимостью

$$J_j - U_i \leq C_{ij}, \quad (89)$$

откуда

$$J_j \leq U_i + C_{ij}. \quad (90)$$

В качестве потенциалов выступают локальные оценки, создающие заинтересованность в направлении грузопотоков. С помощью критерия оптимальности (89) производится последовательное улучшение исходного плана, принятого на глаз. Однако описанный способ, несмотря на кажущуюся простоту, затрудняет решение вертикальной планировки: при значительном числе квадратов трудоемкость подготовки исходных данных и программы для ЭВМ не оправдывает их применение; решение же ручным способом настолько трудоемко, что даже при малом числе квадратов становится весьма громоздким. Поэтому актуальной задачей в настоящее время является поиск доступного способа решения распределения земляных масс.

2. Региональная интерпретация задачи на оптимизацию распределения земляных масс

Как указывалось выше (см. главу I), ввод в решение задачи распределения земляных масс при вертикальной планировке стоимостных показателей является преждевременным и к тому же осложняет подготовку исходных данных. Стоимостная оценка ингредиента в данном случае исходит из основного параметра — дальности перемещения. Следовательно, имеет смысл выразить целевую функцию минимумом суммарной работы землеройно-транспортных средств по перемещению грунта как физическую категорию.

Выбор плана распределения грунта определяется вектором $V \equiv x$ в различных сочетаниях:

$$V = (V_1, V_2, V_3, \dots, V_s).$$

Для каждого плана можно подсчитать балансы работы как компоненты вектора:

$$\sum_{k=1}^s V_k l_k = \left(\sum_{k=1}^s V_k l_{1k}; \sum_{k=1}^s V_k l_{2k}; \dots; \sum_{k=1}^s V_k l_{mk} \right),$$

где l_{ik} — дальность перемещения грунта, идентичная по смыслу ингредиенту C_k в общей теории транспортной задачи.

На основании этого целевую функцию в распределении земляных масс можно выразить следующей формулой:

$$\min W = f(V) = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n V_{ij} l_{ij} \quad (91)$$

при условиях, аналогичных условиям (88):

1) в каждый квадрат насыпи завозится требуемое количество грунта:

$$\sum_{i=1}^m V_{ij} = V_n,$$

где V_n — общий объем насыпи, $j=1, 2, 3, \dots, n$;

2) из каждого квадрата выемки полностью вывозится грунт:

$$\sum_{j=1}^n V_{ij} = V_v,$$

где V_v — общий объем выемки, $i=1, 2, 3, \dots, m$;

3) перевозимый частный объем грунта не может быть отрицательным:

$$V_{ij} = 0;$$

4) сумма объемов выемки равна сумме объемов насыпи:

$$\sum_{i=1}^m V_i = \sum_{j=1}^n V_j.$$

Всякий набор частных объемов грунта, перемещаемых из i -го квадрата выемки в j -й квадрат насыпи, может удовлетворять указанным условиям в качестве допустимого варианта. Но оптимальным планом будет

один, состоящий из строго определенного числа частных перемещений как слагаемых вектора:

$$f(x) = \min \sum_{k=1}^s V_k l_k. \quad (92)$$

Поэтому часть возможных перемещений должна быть порознь равна нулю. Ингредиент l_k не может равняться нулю, из чего следует, что нулю равны лишь некоторые объемы грунта, соответствующие нерентабельным ингредиентам.

Общее возможное число перемещений равно произведению числа квадратов выемки m на число квадратов насыпи n :

$$S = m n. \quad (93)$$

При оптимальном плане число перемещений должно быть минимальным и строго определенным. Автором установлено в [17, 19], что оптимальное число перемещений $S_{\text{опт}}$ равно сумме квадратов выемки и насыпи без единицы, т. е.

$$S_{\text{опт}} = m + n - 1. \quad (94)$$

Формула (94) строго справедлива тогда и только тогда, когда в оптимальном плане отсутствуют взаимно погашающиеся связи между двумя равными объемами выемки и насыпи. В таких случаях оптимальное число перемещений сокращается на число взаимно погашающихся объемов. Обозначив их через k , получим общую (полную) зависимость:

$$S_{\text{опт}} = m + n - (1 + k). \quad (95)$$

Формулы (94) и (95) имеют большое значение для первичного контроля решения в качестве внешнего признака оптимальности. Кроме того, выражение (95) дает возможность значительно сократить ход решения, надо только округлить близкие друг к другу по квадратам противоположных знаков объемы (в пределах требуемой для практики точности) и сделать их равными. При этом число операций значительно сократится.

Итак, из общего возможного числа перемещений S в оптимальном плане останется лишь $S_{\text{опт}}$ число перемещений. Остальные перемещения, как нерентабельные,

должны быть вытеснены. Число их определяется разностью S_0 и $S_{\text{опт}}$, равной

$$S_0 = (m - 1)(n - 1) + k. \quad (96)$$

Как правило, это число превалирует над $S_{\text{опт}}$. Следовательно, решение задачи сводится к поиску алгоритма, позволяющего автоматически исключать нерентабельные перемещения, что возможно при наличии критерия оптимальности, как и при любом способе линейного программирования.

Поскольку в региональной интерпретации функции при распределении земляных масс положен физический смысл наименьшей суммарной работы землеройно-транспортных средств, то нерентабельные перемещения должны характеризоваться неравенством.

$$V_k l_k < V_k (l_k + \Delta l_k) \quad (97)$$

при $\Delta l_k > 0$.

Отсюда следует, что в общем плане решения критерием оптимальности является приращение длины пути данного перемещения грунта Δl_k , означающей разность между сопоставляемыми длинами перемещений.

Если составить матрицу из нескольких рядов возможных перемещений грунта, то самое невыгодное перемещение будет в том ряду, где разность D между наибольшим и наименьшим расстояниями будет наибольшей:

$$D_{i(j) \text{ макс}} = l_{i(j) \text{ макс}} - l_{i(j) \text{ мин}}. \quad (98)$$

Это равенство одновременно указывает, что вытеснение невыгодного перемещения с ингредиентом $l_{i(j) \text{ макс}}$ возможно путем включения в план выгодного перемещения с ингредиентом $l_{i(j) \text{ мин}}$. Тогда частная работа, как слагаемое минимальной суммарной работы, выразится равенством, аналогичным выражению (97):

$$V_i l_{i(j) \text{ мин}} < V_i l_{i(j) \text{ макс}},$$

что в итоге обеспечивает оптимальное решение.

Формула (98) требует строгого расчленения элементов в определенной математической модели. Этому условию наилучшим образом отвечает матричная модель, применяемая также на практике проектирования вертикальной планировки для составления «шахматного» баланса земляных масс обычным способом.

3. Распределение земляных масс по сокращенному алгоритму линейного программирования

Разложение вектора суммарной работы

$$\sum_{k=1}^s V_k l_k = \left(\sum_{k=1}^s V_k l_{1k}; \sum_{k=1}^s V_k l_{2k}; \dots; \sum_{k=1}^s V_k l_{mk} \right)$$

можно представить в виде матричной модели (табл. 10).

ТАБЛИЦА 10. МАТРИЧНАЯ МОДЕЛЬ АЛГОРИТМА

Выемка		Объемы грунта, перемещаемого из квадратов выемки в квадраты насыпи					
номер квадрата	объем грунта по картограмме	B_1 (V_{1j})	B_2 (V_{2j})	...	B_j (V_{j})	...	B_n (V_{nj})
A_1	V_{1i}	$V_{11} \overline{l_{11}}$	$V_{12} \overline{l_{12}}$...	$V_{1j} \overline{l_{1j}}$...	$V_{1n} \overline{l_{1n}}$
A_2	V_{2i}	$V_{21} \overline{l_{21}}$	$V_{22} \overline{l_{22}}$...	$V_{2j} \overline{l_{2j}}$...	$V_{2n} \overline{l_{2n}}$
...
A_i	V_i	$V_{i1} \overline{l_{i1}}$	$V_{i2} \overline{l_{i2}}$...	$V_{ij} \overline{l_{ij}}$...	$V_{in} \overline{l_{in}}$
...
A_m	V_m	$V_{m1} \overline{l_{m1}}$	$V_{m2} \overline{l_{m2}}$...	$V_{mj} \overline{l_{mi}}$...	$V_{mn} \overline{l_{mn}}$
	D	D_1	D_2	...	D_j	...	D_n

Примечание. В головке таблицы в круглых скобках указаны объемы грунта в квадратах насыпи, снятые с картограммы; в углах клеток матриц показано расстояние между центрами квадратов выемки и насыпи. D — разность между наибольшим и наименьшим расстоянием в данном ряду матрицы.

Горизонтальные ряды матрицы соответствуют числу квадратов выемки m , вертикальные — числу квадратов насыпи n . В каждом элементе (клетке) матрицы разме-

щаются частные объемы V_{ij} , на которые разлагается объем грунта данного квадрата выемки V_{ij} , т. е. в каждом горизонтальном ряду матрицы должно соблюдаться условие $V_i = \sum V_{ij}$. Точно так же и в каждом вертикальном ряду $V_j = \sum V_{ij}$. Эти условия должны привести к нулевому балансу земляных масс. Если проект вертикальной планировки предусматривает завоз грунта или вывоз его за пределы строительной площадки, следует ввести дополнительные ряды: $(m+1)$ —резерв или $(n+1)$ —отвал.

В углах клеток исходной матрицы указывается расстояние между центрами квадратов l_{ij} . Разности между наибольшим и наименьшим расстояниями в каждом ряду расчетного направления D_{\max} будут критериями оптимальности первого признака. Самые невыгодные перемещения относятся к рядам, где эта разность достигает наибольшего значения. В таких рядах максимально возможные объемы в первую очередь должны быть направлены в клетки с наименьшим l_{ij} . Тем самым неэкономичные варианты «вытесняются» (исключаются) из дальнейшего решения или на их долю остаются лишь небольшие объемы. Однако по одному ряду с наибольшей разностью D_{\max} нельзя судить о правильности решения, так как в других рядах матрицы вместе с исключением невыгодных вариантов могут быть исключены и более выгодные.

Решающим условием оптимальности из двух-трех конкурирующих рядов является второй признак оптимальности — малая разность $d_{i(j)}$ ближайших наименьших значений расстояний внутри ряда. Преимущество отдается тому из рядов, в котором величина d получается наибольшей и превышает разность сопоставляемых расстояний.

Обычно число конкурирующих рядов не превышает 2—3. Следует отметить, что конкурировать может только такой ряд, в котором нет расстояний l_{ij} меньших, чем имеющийся в одной строке или графе таблицы, с сопоставляемым значением $l_{(ij)\min}$ исходного ряда. Остаток объема после размещения максимально возможного объема в предпочтительный ряд направляют в клетку матрицы ряда, уступившего первенство по разности d — в этом существенное достоинство предлагаемого способа (в один прием можно разместить два-три объема, в результате чего исключаются два-три ряда матрицы с невыгодными показателями и решение значительно со-

кращается. Отсюда и название способа — сокращенный алгоритм, или способ конкурирующих рядов.

Каждый прием решения заканчивают только после того, как исчезнет потребность в грунте V_j по квадратам насыпи, соответствующим конкурирующим рядам, или после полного исчерпания распределяемого объема грунта i -го квадрата выемки V_i . Общее число приемов не должно превышать $S_{\text{опт}}$, но может быть меньше его за счет заполнения нескольких клеток матрицы согласно вышеуказанному. Этим предложенный способ существенно отличается от всех аналитических ручных способов линейного программирования, при которых число приемов достаточно велико [17, 19, 39].

Разности $D_{\text{макс}}$ определяют только в одном расчетном направлении — по вертикальным или горизонтальным рядам матрицы. За расчетное принимают направление, в рядах которого D и l_{ij} имеют наибольшее значение. Обычно это устанавливают визуально.

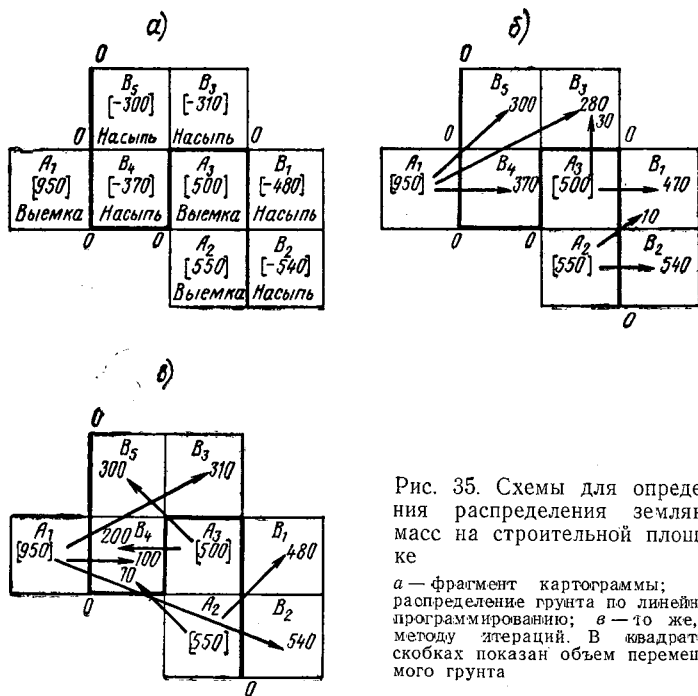


Рис. 35. Схемы для определения распределения земляных масс на строительной площадке

а — фрагмент картограммы; б — распределение грунта по линейному программированию; в — то же, по методу итераций. В квадратных скобках показан объем перемещаемого грунта

Следует еще раз подчеркнуть, что оптимальность решения будет иметь практический смысл только тогда, когда частные объемы подсчитываются по способу треугольников. Способ квадратов, как показано в [20], а также в главе V книги, приводит заведомо к нарушению оптимального плана.

Решение задачи по предложенному способу можно рассмотреть на следующем примере.

Пример. Дан фрагмент картограммы с ломаной нулевой линией, состоящей из трех участков (квадратов) выемки A_1 — A_3 и пяти участков насыпи B_1 — B_5 (рис. 35). Расстояния между их центрами указаны в углах клеток матрицы (табл. 11). Найти оптимальные перемещения.

ТАБЛИЦА 11. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГРУНТА ПО АЛГОРИТМУ

Выемка		Объемы грунта, перемещаемого из квадратов выемки в квадраты насыпи, м ³ (по рис. 35)				
номер квадрата (по рис. 35)	объем грунта по картограмме, м ³	B_1 (480)	B_2 (540)	B_3 (310)	B_4 (370)	B_5 (300)
A_1	950	X_2 90	X_1 84	280 ₃ 72	370 ₃ 56	300 ₃ 46
A_2	550	10 ₁ 39	540 ₁ 43	X_1 66	X_1 40	X_1 55
A_3	500	470 ₂ 41	X_1 54	30 ₂ 45	X_2 38	X_2 36
	D_{\max}	X_2 51; 49	X_1 41	X_3 27	X_3 18	X_3 19; 10

Примечание. Цифры в круглых скобках в головке таблицы означают объемы насыпи в квадрате (в м³), снятые с картограммы; в углах клеток матрицы — расстояние (в м) между центрами квадратов выемки и насыпи. Знак X показывает исключение. Индексы у цифр и у знака исключения указывают на последовательность приемов решения. D_{\max} — максимальная разность (в м) между наибольшим и наименьшим расстояниями в данном ряду матрицы.

Решение. Вначале выбираем расчетное направление рядов. Разности D_{\max} с наибольшими расстояниями l_{ij} в клетках матрицы находятся в вертикальных рядах: 51, 41, 27, 18 и 19, представля-

ющих расчетное направление. Они указаны в нижней строке матрицы первыми.

Начальным (исходным) для решения принимаем вертикальный ряд B_1 ($D_{\max} = 90 - 39 = 51$ м).

Отыскиваем в этом ряду клетку с наименьшим расстоянием. Это $l_{21} = 39$ м, которое принадлежит горизонтальному ряду A_2 , соответствующему квадрату выемки с объемом грунта 550 м³.

Определяем конкурирующий ряд из других вертикальных рядов. Удовлетворяет условиям лишь один ряд B_2 , как имеющий более близкое, чем другие значение, D_{\max} и в других горизонтальных рядах не содержатся l_{ij} меньше, чем в ряду A_2 ($l_{22} = 43$ м). Напротив, в вертикальных рядах B_3, B_4, B_5 имеются l_{ij} меньше, чем на уровне горизонтального ряда A_2 (в ряду B_3 $45 < 66$, в ряду B_4 $38 < 40$, в ряду B_5 $36 < 55$). Поэтому эти ряды не могут конкурировать.

Выясняем, какому из рядов следует отдать предпочтение. В ряду B_1 малая разность $d_1 = 41 - 39 = 2$ м, в ряду B_2 $d_2 = 54 - 43 = 11$ м. Следовательно, $d_2 > d_1$, одновременно $d_2 > (43 - 39) = 4$ м и $d_2 > D_{\max} - D = 51 - 41 = 10$ м. Поэтому ряд B_2 имеет преимущество перед первым и в клетку с расстоянием $l_{22} = 43$ м направляют максимально возможный объем грунта, соответствующий полной потребности квадрата насыпи B_2 объемом 540 м³. Остаток объема квадрата A_2 ($550 - 540 = 10$ м³) направляется в первоначальный ряд B_1 (в клетку с $l_{21} = 39$ м), уступивший первенство.

Исключаем из решения автоматически вытесненные невыгодные перемещения сразу по двум рядам матрицы: вертикальный B_2 (потребность погашена) и горизонтальный A_2 (объем выемки квадрата A_2 исчерпан).

Следует заметить, что если пренебречь вторым признаком оптимальности и не учитывать конкурирующие ряды, как в методике итерации [37], т. е. отдать предпочтение первому ряду, получилось бы увеличение суммарной работы по перемещению грунта на величину $(540 - 10)11 = 5170$ м³·м только от одного этого приема, так как в клетку матрицы с $l_{22} = 43$ м был бы направлен лишь остаток объема (70 м³) при общей потребности 540 м³. Остальной объем (470 м³) пришлось бы направить из A_3 в клетку с $l_{32} = 54$ м, что невыгодно.

Второй прием решения начинают с исправления разностей в оставшихся расчетных рядах, где произошли изменения. В рядах B_3, B_4 и B_5 изменений не произошло, так как ни максимальный, ни минимальный показатели l_{ij} не исключены. В ряду B_1 разность D теперь составляет $90 - 41 = 49$ м. Ее записывают рядом с первой, отделяя точкой с запятой.

Поступая аналогично, как и при первом приеме решения, находим, что и теперь начальным остался ряд B_1 , поскольку 49 больше $27, 18$ и 19 . Наименьшее расстояние в этом ряду $l_{31} = 41$ м соответствует квадрату выемки A_3 с объемом 500 м³, который подлежит распределению. Конкурировать с рядом B_1 могут все ряды и в первую очередь ряд B_3 , как имеющий наибольшую из остальных разность $D_{\max} = 27$ м и разность $d = 27$ м. Но последняя меньше, чем в ряду B_1 , поэтому предпочтение отдается последнему ряду и в клетку матрицы с $l_{31} = 41$ м направляют недостающий объем для квадрата насыпи B_1 (470 м³), а остаток выемки ($500 - 470 = 30$ м³) переносят в клетку ряда B_3 с расстоянием $l_{33} = 45$ м. После этого

исключают из решения оставшиеся свободные клетки в ряду B_1 (потребность погашена) и в ряду A_3 (объем выемки исчерпан).

Третий прием заключительный. Решение здесь сводится к разности остатков объемов в свободные клетки горизонтального ряда A_1 в соответствии с потребностями грунта для насыпи: в ряд B_3 относят 280 м^3 , в ряд B_4 — 370 м^3 , в ряд B_5 — 300 м^3 . Индексы у цифр в табл. 11 показывают последовательность приемов, что приведено для лучшего понимания примера. На решение рассмотренной задачи требуется всего несколько минут.

После определения оптимального плана распределения грунта на картограмму наносят трассы перемещений грунта в виде векторов (рис. 35,б), затем объединяют их по признакам дальности, группе грунтов, глубин забоев и подбирают на этом основании наиболее выгодный комплект землеройно-транспортных машин с учетом местных условий.

На рис. 35,в для сравнения показана схема распределения грунта по способу итерации [37].

Аналитическое решение по способу последовательных улучшений [39] дает точно такой же результат, что и предложенный способ, но процедура решения требует затрат времени в сотни раз больше.

Контроль решения задач по сокращенному алгоритму осуществляется по внешнему признаку согласно формуле (95) и дублированием решения, если в этом появляется необходимость при нанесении трасс на картограмму. Как правило, схема трасс по оптимальному решению получается наиболее технологичной (рис. 35,б) с минимумом пересечений, чем по обычному способу и методу итераций (рис. 35,в).

Суммарная работа по перемещению земляных масс в рассмотренном примере составляет:

по рассмотренному методу автора и по методу Л. В. Канторовича [39]

$$W = (280 \cdot 72) + (370 \cdot 56) + (300 \cdot 46) + (10 \cdot 39) + (540 \cdot 43) + (470 \cdot 41) + (30 \cdot 45) = 9891 \text{ м}^3 \cdot \text{м};$$

по методу итераций [37]

$$W = (470 \cdot 90) + (10 \cdot 39) + (540 \cdot 43) + (310 \cdot 45) + (370 \cdot 56) + (110 \cdot 46) + (190 \cdot 36) = 11\,412 \text{ м}^3 \cdot \text{м}.$$

Экономия в этом случае составляет примерно 13%. По сравнению же с обычным способом «шахматного» баланса экономия достигает до 30% и более.

Описанный алгоритм может быть использован и для решения задачи распределения земляных масс с по-

мощью ЭВМ, если ее число ограничений будет больше 200. Составление программы значительно легче, чем по известным способам программирования транспортной задачи. Но подавляющее большинство случаев решения вертикальной планировки более соответствуют предложенному автором методу.

Глава V. ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ НОВОЙ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛАНИРОВКИ НА ПРИМЕРЕ РЕАЛЬНОГО ОБЪЕКТА

1. Категории эффективности

Эффективность от применения описанной методики расчета основных технико-экономических параметров вертикальной планировки надо рассматривать по следующим категориям:

- повышению точности параметров;
- сокращению трудоемкости инженерного труда, затрачиваемого на определение параметров;
- снижению стоимости земляных работ за счет достижения оптимальных проектных решений;
- повышению достоверности сметной стоимости вертикальной планировки;
- совершенствованию технологии производства работ за счет повышения технологичности схемы маршрутов перемещения земляных масс;
- аргументации выбора более рациональных способов разработки грунта и землеройно-транспортной техники.

Все перечисленные категории эффективности необходимы для составления ПОС и ППР, первые же четыре категории — только для составления техно-рабочего проекта.

Целесообразность широкого использования предложенной методики наглядно подтверждается на примере реального объекта вертикальной планировки. Объект взят со спокойным рельефом, при котором суммарная погрешность в подсчете объемов земляных масс не превышает 5%. Несмотря на это, погрешности частных объемов достаточно велики, а взаимное их погашение не дает возможности выявить потери резервов экономии.

В ходе расчетов параметров приняты более рациио-

нальные формы ведомостей и схем, наглядно иллюстрирующих сопоставление с другими способами. Одновременно эти формы являются эталонами для применения на практике при устранении той части таблиц, в которой указаны сопоставляемые способы.

Объемы земляных работ по способам квадратов и треугольников подсчитывались по таблицам автора [16] и И. А. Воробьева [29].

2. Общая характеристика объекта

Возьмем за исходную картограмму план участка в горизонталях (рис. 36). Участок предназначен под строительство крупного промышленного комплекса в Южном Казахстане (2-й территориальный район). Грунты на глубине залегания более 3 м представляют собой

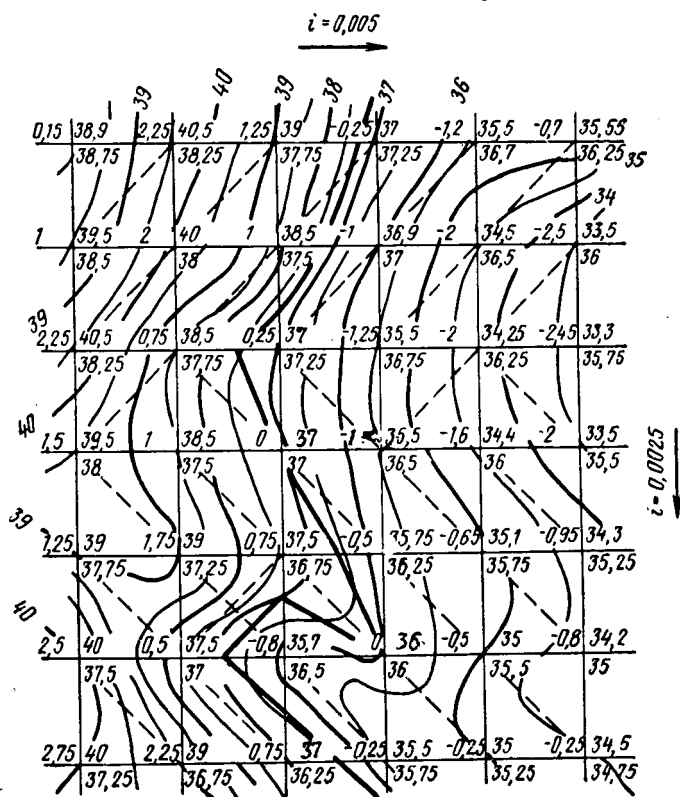


Рис. 36. Исходная картограмма к примеру реального проекта

лессовидные суглинки, характеризующиеся коэффициентом остаточного разрыхления $K_0 = 1,05—1,06$, что принято из опыта строительства при аналогичных геологических условиях. По трудности разработки грунты относятся ко 2-й группе. Площадь участка составляет 30 га. Расстояние от участка до карьера (резерва) или до свалки 5 км.

Для получения достоверных частных объемов на план участка со стороной 100 м нанесена сетка квадратов, что соответствует рельефу и размерам участка.

Высотное положение проектной плоскости определено из условия нулевого баланса объемов выемки и насыпи с подсчетом последних по способу треугольников. Расчетные направления диагоналей (штриховые линии) проведены в соответствии с правилом проф. В. В. Чихачева. Уклоны проектной плоскости в направлениях ширины и длины участка (0,005 и 0,0025) приняты исходя из требований планировки территории промышленного комплекса.

Земляные работы согласно сетевому графику и финансированию выполняют в две очереди.

Управление механизированных работ (УМР), которому поручено ведение работ, располагает следующей землеройно-транспортной техникой: прицепными скреперами с ковшом емкостью 6—8 м³, самоходными скреперами с ковшом емкостью 9 м³, бульдозерами мощностью 140—180 л. с., экскаваторами с ковшами емкостью от 0,3 до 1 м³ со сменным оборудованием, в том числе и экскаваторами с прямой лопатой.

Автомобили-самосвалы поставляет автотранспортная колонна, обслуживающая УМР.

3. Подсчет объемов земляных работ

Рабочие отметки, как исходные аргументы для подсчета частных объемов земляных работ, определялись по разности красных (проектных) и черных отметок вершин квадратов сетки картограммы. Проектные отметки определялись обычным способом, принятым в учебниках по технологии строительного производства с учетом проектных уклонов.

Необходимо отметить, что знак «+» присваивается рабочим отметкам, соответствующим выемке грунта, а знак «—» — рабочим отметкам, соответствующим насыпи. Это принято во всех руководствах по технологии

строительного производства и соответствует общепринятому по ГОСТу условию: *все отметки выше условного нуля положительны, а ниже нуля отрицательны*. Этому строго соответствует и элементарный математический смысл. Другое обозначение будет неправильным.

Подсчет объемов по сопоставляемым способам сводят в одну (основную) ведомость (табл. 12), в которую переносят данные подсчета объемов в переходных квадратах из вспомогательной ведомости (табл. 13), и унифицируют запись исходных данных для обоих способов.

По способу треугольников объемы подсчитывают в целом на квадрат согласно формуле (15):

$$V_{\text{кв}} = \frac{a^2}{6} (\sigma_1 + 2\sigma_2).$$

Поэтому $\sum H$ в графе 4 табл. 12 равна сумме данных графы 2 и удвоенным данным графы 3, тогда как для способа квадратов $\sum H$ (графа 6) состоит из суммы чисел граф 2 и 3. В целях сокращения записи в основной ведомости исходных данных с картограммы отдельно записывают суммы накрест лежащих рабочих отметок, а не их значения, что не составляет затруднений (под символом σ_2 подразумевается сумма рабочих отметок, лежащих на расчетной диагонали).

Таким образом, трудоемкость операций определения объемов по таблицам автора [16] в несколько раз меньше, чем по таблицам для способа квадратов [29]. Первые позволяют читать объем сразу, перенося лишь запятую на два знака вправо согласно модулю кратности для стороны квадрата $a=100$ м. Подсчет же объемов по способу квадратов ведется путем деления $\sum H$ на составные слагаемые, в зависимости от числа и порядка их знаков и отдельного нахождения табличных значений с последующим их суммированием. То же относится и к определению объемов в переходных квадратах. Кроме того, при использовании таблиц [29] приходится предварительно определять размеры расчетных сторон m и n .

Подсчитанные профильные объемы выносят на картограмму объемов (рис. 37) соответственно принятой нумерации квадратов и их частей: в числителе — по способу квадратов, в знаменателе — по способу треугольников. В некоторых квадратах указываются характерные относительные погрешности в процентах, выписанные из графы 9 основной ведомости (см. табл. 12).

ТАБЛИЦА 12. ВЕДОМОСТЬ ОБЪЕМОВ ЗЕМЛЯНЫХ РАБОТ
модуль кратности 100

Номер квадрата (по рис. 37)	Исходные данные, м		Подсчет по способу треугольников		Подсчет по способу квадратов		Погрешность	
	$\sigma_1 = H_1 + H_3$	$\sigma_2 = H_2 + H_4$	$\Sigma H = \sigma_1 + 2\sigma_2$, м	объем, м ³	$\Sigma H = \sigma_1 + \sigma_2$, м	объем, м ³	абсолютная, ±	относительная, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9
В ы е м к и								
1	2,15	3,25	8,65	14 417	5,4	13 500	-917	7
2	3,25	3,25	9,75	16 250	6,5	16 250	0	0
3	По табл. 13		13	4 015	—	3 793	-222	6
4	1,75	4,25	10,25	17 084	6	15 000	-2084	14
5	По табл. 13		13	8 771	—	7 312	-1459	20
6	То же			666	—	667	0	0
7	3,25	2,25	7,75	12 917	5,5	13 750	+833	6
8	По табл. 13		13	3 853	—	3 829	-24	1
9	2,25	3,25	8,75	14 583	5,5	13 750	-833	6
10	1,75	1,75	5,25	8 750	3,5	8 750	0	0
11	По табл. 13		13	750	—	792	+42	5
12	4,25	1,75	7,75	12 970	6	15 000	+2083	14
13	По табл. 13		13	6 175	—	5 030	-1145	23
14	То же			1 359	—	375	-984	262
15	3,25	4,75	12,75	21 250	8	20 000	-1250	6
16	По табл. 13		13	7 008	—	5 830	-1178	20
17	То же			452	—	460	+8	2
Итого				151 270	—	144 088	-7129	5%
Н а с ы п и								
18	По табл. 13		13	1 086	—	1 106	+20	2
19	2,25	2,2	6,65	11 083	4,45	11 125	+42	0
20	3,7	2,7	9,10	15 167	6,4	16 000	+833	5
21	По табл. 13		13	21	—	21	0	0
22	То же			5 250	—	4 000	+1250	31
23	3	3,25	9,5	15 833	6,25	15 625	-208	1
24	4,45	4,5	13,45	22 417	8,95	22 375	-42	0
25	По табл. 13		13	104	—	103	0	0
26	1,25	1,25	3,75	6 250	2,5	6 250	0	0
27	2,85	3	8,85	14 750	5,85	14 625	-125	1
28	4,05	4	12,05	20 084	8,05	20 125	+41	0
29	По табл. 13		13	2 835	—	2 565	-270	11
30	2,1	1,65	5,4	9 000	3,75	9 375	+375	4
31	2,65	2,55	7,75	12 917	5,2	13 000	+83	1
32	По табл. 13		13	335	—	317	+18	6
33	0,65	1	2,65	4 417	1,65	4 125	-292	7
34	1,45	1,45	4,35	7 250	2,9	7 250	0	0
35	По табл. 13		13	425	—	408	-17	4

Номер квадрата (по рис. 37)	Исходные данные, м		Подсчет по способу треугольников		Подсчет по способу квадратов		Погрешность	
	$\sigma_1 = H_1 + H_3$	$\sigma_2 = H_2 + H_4$	$\Sigma H = \sigma_1 + 2\sigma_2, \text{ м}$	объем, м ³	$\Sigma H = \sigma_1 + \sigma_2, \text{ м}$	объем, м ³	абсолютная, ±	относительная, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9
36	По табл. 13		13	690	—	670	-20	3
37	То же			425	—	408	-17	4
38	»			2 652	—	1 706	-946	55
39	0,75	0,25	1,25	2 083	1	2 500	+417	17
40	1,05	0,75	2,55	4 250	1,8	4 500	+250	6
Итого				159 324	—	158 179	-1145	1

Как видно из результатов по основной ведомости, суммарный объем выемки, подсчитанный по способу квадратов, отличается от объема, определенного по способу треугольников, на 7129 м³, а объем насыпи — на

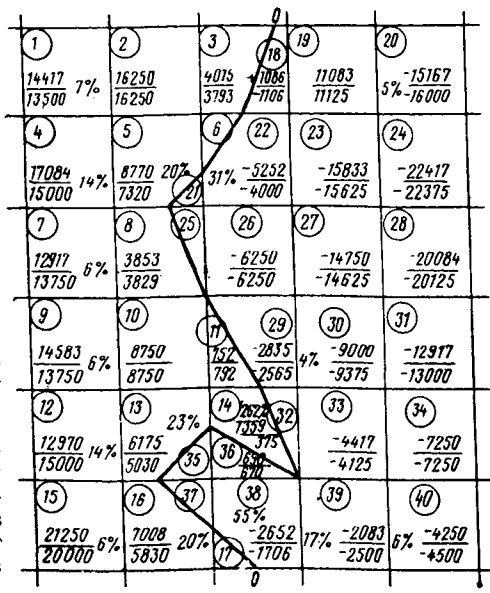


Рис. 37. Картограмма с указанием профилей, объемов, подсчитанных по способу треугольников (в числителе) и способу квадратов (в знаменателе). Цифры в кружках означают номера квадратов картограммы

ТАБЛИЦА 13. ВЕДОМОСТЬ ПОДСЧЕТА ОБЪЕМОВ В ПЕРЕХОДНЫХ КВАДРАТАХ

Номер квадрата (по рис. 37)	Способ треугольников											Способ квадратов						
	Пирамида				Клин			Призма		Общий объем, м ³	Отметки расчетных сторон, м				Сторо- ны, м		Σ Н, м	Общий объем, м ³
	H ₃ , м	H ₁ , м	H ₂ , м	V _{пир.} , м ³	H ₃ , м	H _{кл.} , м	V _{кл.} , м ³	Σ Н, м	V _{тр.} , м ³		H' _m	H'' _m	H' _n	H'' _n	m	n		
	Выемки											H' _m	H'' _m	H' _n	H'' _n	m	n	Σ Н, м
3	1	-0,25	-1	666	-0,25	2,25	+3349	-	-	4015	1,25	-0,25	1	-1	84	50	2,25	3793
5	-	-	-	-	-0,25	1,75	2529	3,75	6250	8771	0,75	-0,25	1	-0,25	75	80	3,75	7312
6	1	-0,25	-1	666	-	-	-	-	-	666	1	-0,25	1	-1	80	50	1	667
8	0,75	-0,25	0	937	-	-	-	1,75	2916	3853	0,75	-0,25	1	0	75	100	1,75	3829
11	0,75	0	0,5	750	-	-	-	-	-	750	0,75	-0,5	0,75	0	63	100	0,75	792
13	-	-	-	-	-0,8	1,25	1175	3	5000	6175	0,50	-0,8	0,75	-0,8	38	48	3	5030
14	0,75 0,75	-0,8 -0,5	0 0	607 752	-	-	-	-	-	1359	0,75	-0,8	0,75	-0,5	48	63	0,75	375
16	-	-	-	-	-0,8	1,25	1175	3,5	5833	7008	0,50	-0,8	0,75	-0,8	38	48	3,5	5830
17	0,75	-0,8	-0,25	452	-	-	-	-	-	452	0,75	-0,8	0,75	-0,25	48	75	0,75	460

Насыпи

18	-0,25	1,25	1	-14	1	-1,25	-1083	-	-	-1086	-0,25	1,25	-1	1	16	50	-1,25	-1106
21	-0,25	0,75	1	-21	-	-	-	-	-	-21	-0,25	0,75	-0,25	1	25	20	-0,25	-21
22	-	-	-	-	1	-1,25	-1083	2,5	-4167	-5250	-0,25	1	-1	1	20	50	-2,5	-4000
25	-0,25	0,75	0	-104	-	-	-	-	-	-104	-0,25	0,75	-0,25	0	25	100	-0,25	-103
29	-0,5	0,75	0	335	-	-	-	1,5	-2500	-2835	-1	0	-0,5	0,75	100	37	-1,5	-2565
32	-0,5	0,75	0	335	-	-	-	-	-	-335	-0,5	0,75	-0,5	0	37	100	-0,5	-317
35	-0,8	0,5	0,75	-425	-	-	-	-	-	-425	-0,8	0,75	-0,8	0,5	52	62	-0,8	-406
36	-0,8	0,75	0	-690	-	-	-	-	-	-690	-0,8	0,75	-0,8	0	52	100	-0,8	-670
37	-0,8	0,5	0,75	-425	-	-	-	-	-	-425	-0,8	0,75	-0,8	0,5	52	62	-0,8	-408
38	-	-	-	-	0,75	-1,05	902	-1,05	-1750	-2652	-0,8	0,75	-0,25	0,75	52	25	-1,05	-1706

1145 м³, что составляет примерно 5 и 0,7% соответственно. Однако погрешности в подсчете частных объемов по способу квадратов недопустимо велики: от 7 до 14% в полных квадратах и от 14 до 262% в переходных квадратах, что наглядно подтверждает справедливость установленных выше закономерностей.

Баланс профильных объемов (табл. 14), подсчитанных по способу треугольников, строго соответствует нулевому балансу, при этом учитывается остаточное разрыхление, т. е.

$$V_{н.тр} = 15\,1270 \cdot 1,05 = 159\,324 \text{ м}^3.$$

При подсчете объемов по способу квадратов выявляется недостаточность объема, вывезенного грунта до нулевого баланса:

$$V_{н.кв} = 144\,090 \cdot 1,05 = 151\,290 < 158\,180 \text{ м}^3.$$

ТАБЛИЦА 14. БАЛАНСЫ ОБЪЕМОВ

Подсчет объемов	Объем, м ³			Погрешность
	профильный	с учетом остаточного разрыхления	балансовый	
По способу треугольника:				
выемки	151 270	159 320	—	—
насыпи	159 320	159 320	—	—
По способу квадратов:				
выемки	144 090	151 290	—	—6550 м ³ (в плотном теле)
насыпи	158 180	158 180	—6890	—4,5%

Следовательно, при сохранении проектной плоскости строительной площадки недостающий объем грунта (6890 м³ или в плотном теле 6550 м³) должен быть предусмотрен в смете как доставляемый из карьера. Нередки случаи, когда грунт доставляется заблаговременно, а при выполненных земляных работах обнаруживается, что завезен излишний грунт и его требуется вывезти в отвал за пределы площадки.

Можно привести объемы грунта, подсчитываемые по способу квадратов, к нулевому балансу путем исправления средней планировочной отметки, но тогда вскры-

ется обратное соотношение — излишек грунта, не предусмотренный в смете на вывоз. Такие случаи на практике весьма многочисленны.

4. Определение средневзвешенной дальности перемещения грунта

В рассматриваемом проекте реального объекта общее направление нулевой линии почти перпендикулярно ширине участка. Это дает основание предположить, что результаты определения средневзвешенной дальности перемещения грунта всеми способами будут близки. Поэтому в данном случае имеет смысл рассматривать эффективность нового способа с точки зрения сокращения трудоемкости расчета и его доступности широкому кругу исполнителей.

Сравнение проведено по картограмме с объемами, подсчитанными по способу треугольников с учетом уравновешенных земляных масс. Последнее достигается путем приведения частных объемов насыпи к плотному телу, т. е. делением профильных объемов на коэффициент остаточного разрыхления $K_0=1,05$ с соответствующим округлением. Такая уравновешенная картограмма изображена на рис. 38. Результаты подсчета объемов по вертикальным и горизонтальным рядам картограммы выписаны под картограммой и справа от нее.

Для нового способа требуется лишь нижняя таблица, а боковая приведена только для подсчета объемов по графо-аналитическому методу Ф. И. Кутьинова.

Решение представлено в четырех сравниваемых вариантах: 1) по методу статических моментов Е. А. Стратментова; 2) по графо-аналитическому способу Ф. И. Кутьинова; 3) по формуле автора с использованием двух проекций [27]; 4) по-новому способу автора [18].

В а р и а н т 1. Подсчет статических моментов сведен в табл. 15. Как видно из таблицы, громоздкость расчета вполне очевидна, несмотря на некоторые упрощения против общепринятой методики.

Координаты центров тяжести имеют следующие значения:

$$Y_{\text{ов}} = \frac{M_{y\text{в}}}{\sum V} = \frac{10^3 \cdot 47\,429}{151\,270} = 312 \text{ м};$$
$$X_{\text{ов}} = \frac{M_{x\text{в}}}{\sum V} = \frac{10^3 \cdot 13\,906}{151\,270} = 92 \text{ м};$$

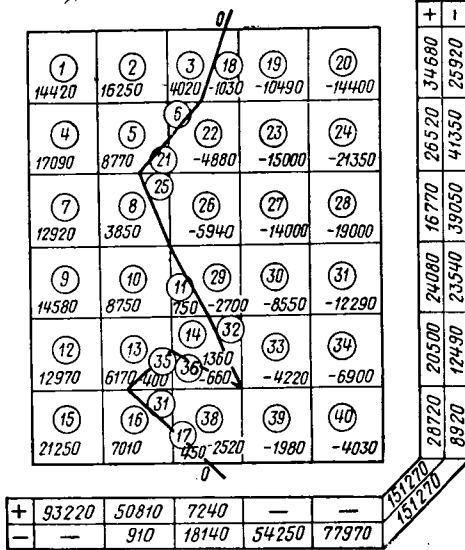


Рис. 38. Картограмма с уравнированными земляными массами, приведенными к объемам плотного тела

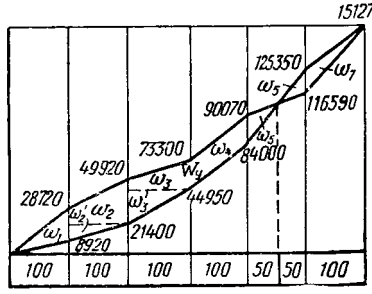
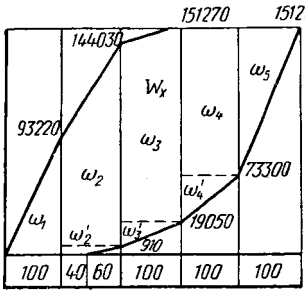
Рис. 39. Диаграммы Ф. И. Кутьинова к определению средней дальности перемещения грунта
 а — проекция на ось x;
 б — проекция на ось y

а)

+	93220	144030	151270	151270	151270
-	-	910	19050	73300	151270

б)

+	28720	49920	73300	99070	116590	151270
-	8920	21400	44950	84000	125350	151270



$$X_{OH} = \frac{M_{xH}}{\sum V} = \frac{10^3 \cdot 60916}{151270} = 403 \text{ м};$$

$$Y_{OH} = \frac{M_{yH}}{\sum V} = \frac{10^3 \cdot 54960}{151270} = 362 \text{ м}.$$

За начало координат принят нижний левый угол участка; X_0, Y_0 с индексами «в» и «н» обозначают соответственно координаты тяжести выемки и насыпи.

ТАБЛИЦА 15. ВЕДОМОСТЬ ПОДСЧЕТА СТАТИЧЕСКИХ МОМЕНТОВ

Номер квад- рата (по рис. 38)	Объем, 10 м ³	Коор- дината x	Момент M _x , 10 ³ м ³ ·м	Номер квад- рата (по рис. 38)	Объем, 10 м ³	Коор- дината y	Момент M _y , 10 ³ м ³ ·м
В ы е м ъ к и							
1, 4, 7, 9, 12, 15	9322	50	4661	1, 2, 3	3468	550	19 074
2, 5, 8, 10	3762	150	5643	4, 5	2586	450	11 637
13, 16	1319	140	1847	6	68	480	326
3, 14	537	240	1329	7, 8	1677	350	5870
6, 11	142	230	327	9, 10	2332	250	5830
17	45	220	99	11	75	230	173
				12	1297	150	1950
				13, 14	753	160	1204
				15	2125	50	1067
				16	701	40	280
				17	45	20	9
Итого	15 127	—	139 06	Итого	15 127	—	47 420
Н а с ы п и							
21, 25	12	190	23	37	40	80	320
35, 37	80	180	144	38, 39, 40	852	50	426
18, 32	133	290	386	35, 36	106	120	127
36	66	230	151	32, 33, 34	1143	150	1 714
22, 29, 38	1020	260	2 652	29	270	260	702
26	594	250	1 485	30, 31	2084	250	5 210
19, 23, 27, 30, 33, 39	5425	350	18 988	25, 26, 27, 28	3905	350	13 668
20, 24, 28, 31, 34, 40	7797	450	37 087	21, 22	502	440	2 209
				23, 24	3633	450	16 348
				18	103	530	546
				19, 20	2489	550	13 690
Итого	15 127	—	60 916	Итого	15 127	—	54 960

Искомое расстояние между центрами тяжести выемки и насыпи равно

$$L_{\text{ср}} = \sqrt{(303 - 92)^2 + (362 - 312)^2} = 296 \text{ м.}$$

В а р и а н т 2. По данным итоговых объемов уравновешенной картограммы на рис. 38 построены в двух проекциях диаграммы Ф. И. Кутьинова по предварительно подсчитанным последовательно нарастающим итогам (рис. 39).

Площади W_x и W_y между суммарными кривыми объемов выемки и насыпи определяют следующим образом:

$$\begin{aligned} W_x &= \omega_1 + \omega_2 + \omega'_2 + \omega_3 + \omega'_3 + \omega_4 + \omega'_4 + \omega_5 = \\ &= \frac{100 \cdot 93\,220}{2} + \frac{100 (93\,220 - 910 + 144\,030 - 910)}{2} + \\ &\quad + \frac{910 (100 + 40)}{2} + 100 (151\,270 - 73\,300) + \\ &+ \frac{100 (73\,300 - 19\,050)}{2} + \frac{100 (151\,270 - 73\,300)}{2} = 10^3 \cdot 44\,672 \text{ м}^3 \cdot \text{м}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_y &= \omega_1 + \omega_2 + \omega'_2 + \omega_3 + \omega'_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_6 = \\ &= \frac{100 (28\,720 - 8920)}{2} + \frac{100 (28\,720 - 21\,410 + 49\,920 - 21\,410)}{2} + \\ &+ \frac{100 (21\,410 - 8920)}{2} + \frac{100 (49\,920 - 44\,950 + 73\,300 - 44\,950)}{2} + \\ &\quad + \frac{100 [(90\,070 + 116\,590) - (84\,000 + 125\,350)]}{2} + \\ &+ \frac{100 [(116\,590 + 151\,270) - (125\,350 + 151\,270)]}{2} = 10^3 \cdot 7399 \text{ м}^3 \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Проекции векторов среднего расстояния на оси x и y равны:

$$\begin{aligned} l_x &= \frac{W_x}{V_B} = \frac{10^3 \cdot 44\,672}{10 \cdot 15\,127} = 296 \text{ м}; \\ l_y &= \frac{W_y}{V_B} = \frac{10^3 \cdot 7399}{10 \cdot 15\,127} = 48 \text{ м}. \end{aligned}$$

Искомое среднее расстояние перемещения грунта составляет:

$$L_{\text{ср}} = 296^2 + 48^2 = 298 \text{ м},$$

что почти совпадает с результатом, полученным по методу проф. Е. А. Страментова.

В а р и а н т 3. Как уже указывалось, формула автора, полученная в результате интегральной интерпретации метода Ф. И. Кутьинова, исключает графические построения и устраняет громоздкие вычисления — достаточно найти суммы нарастающих объемов выемки и насыпи порознь и определить их разности D_x и D_y .

Согласно таблицам нарастающих итогов (см. рис. 39) имеем:

$$D_x = 10 \cdot 44653 \text{ м}^3 \cdot \text{м};$$

$$D_y = 10 \cdot 7320 \text{ м}^3 \cdot \text{м}.$$

Подставляя эти выражения в формулу (80) и одновременно сокращая их, получаем

$$L_{\text{ср}} = 100 \sqrt{\left(\frac{44\ 653}{15\ 127}\right)^2 + \left(\frac{7320}{15\ 127}\right)^2} = 298 \text{ м},$$

что, как и следовало ожидать, точно соответствует предыдущему результату, полученному по методу Ф. И. Кутьинова, но трудоемкость вычислений сокращается почти в 20 раз.

В а р и а н т 4. Расчет по новому способу автора [18] состоит в следующем. Итоговая таблица под картограммой на рис. 38 переписывается с учетом сдвига объемов выемки (7240 м³) влево от границы между вторым и третьим вертикальными рядами, а объемов насыпи (910 м³) — вправо от нее, как показано в табл. 16. Затем последовательно суммируются полученные итоги подсчета с учетом знаков объемов. При этом до границы раздела суммы возрастают, достигая значения суммарного (полного) объема выемки, а слева от границы убывают до нуля, как показано в табл. 17. Это и будут однозначные ординаты d_i . Их сумма $\sum d_i$ входит в расчетную формулу [$D = 454\ 680 \text{ м}^3$].

ТАБЛИЦА 16. ЗАПИСЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОДСЧЕТА ОБЪЕМОВ ПО ВЕРТИКАЛЬНЫМ РЯДАМ КАРТОГРАММ

(+)	93 320	58 050	—	—	—
(—)	—	—	19 050	54 250	77 970

ТАБЛИЦА 17. ОДНОЗНАЧНЫЕ ОРДИНАТЫ d_i

0	93 320	151 270	132 220	77 970	0
---	--------	---------	---------	--------	---

Искомое средневзвешенное расстояние перемещения грунта равно

$$L_{\text{ср.взв}} = 100 \frac{454\ 680}{151\ 270} = 300 \text{ м}.$$

5. Распределение земляных масс внутри площадки

Нулевая линия, как правило, имеет ломаную форму и пересекает множество квадратов картограммы, расчленив их в плане на геометрические фигуры различной формы. Если это имеет весьма существенное значение для более точного определения объемов земляных работ, то в решении задачи оптимального распределения грунта дифференциальный учет элементов, как пунктов производства и потребления, ничтожно мало влияет на точность целевой функции и значительно усложняет технику решения задачи. В целях упрощения целесообразно воспользоваться рекомендацией канд. техн. наук Н. М. Молоканова [37] «спрямлять» нулевую линию, проводя ее по границам квадратов, к которым она тяготеет (рис. 40). Тогда картограмма, а следовательно, и все пункты производства и потребления (т. е. выемки и насыпи) будут представлять собой квадраты. Этот прием намного облегчает подготовку исходной матрицы, так как все трассы перемещения служат расстоянием между центрами квадратов, поэтому снимать их с картограммы не составляет затруднений.

В отличие от приема, указанного в [37], объемы выемки и насыпи переходных квадратов должны быть непременно сохранены, а не сбалансированы. При этом один из объемов, например выемка, остается в квадрате, а другой (противоположного знака) передается в смежный полный квадрат, как бы сдвигается одновременно с нулевой линией до ее совмещения с границей квадратов. Так, например, в квадрате 3—18 (см. рис. 38) нулевая линия сдвинута до совмещения с границей между участком (трапецией) квадратов 18 и 19 (см. рис. 40). Объем выемки 4020 м^3 оставлен в квадрате 3, а объем насыпи 1030 м^3 приплюсован к объему смежного квадрата 19 (см. рис. 38), который целесообразно обозначить из составляющих элементов, т. е. 18/19, как показано на рис. 40. Суммарный объем теперь равен 11520 м^3 ($1030 + 10490$), который указан в нижнем правом углу квадрата (см. рис. 40). Аналогичным образом поступают и с остальными квадратами. Как правило, «сдвигаются» объемы с меньшими значениями.

В рассматриваемом примере проекта граница между 1-й и 2-й очередями освоения строительной площадки проходит по горизонтальной оси симметрии картограм-

Рис. 40. Технологическая схема маршрутов и распределения грунта по оптимальному программированию при подсчете объемов по способу треугольника.

Цифры в кружках означают номера квадратов картограммы

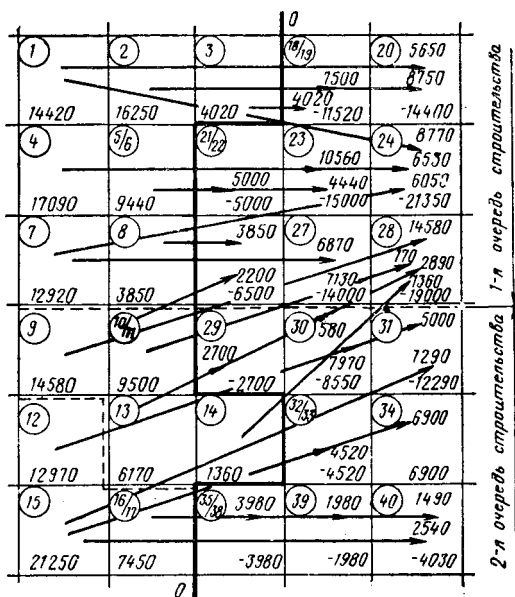
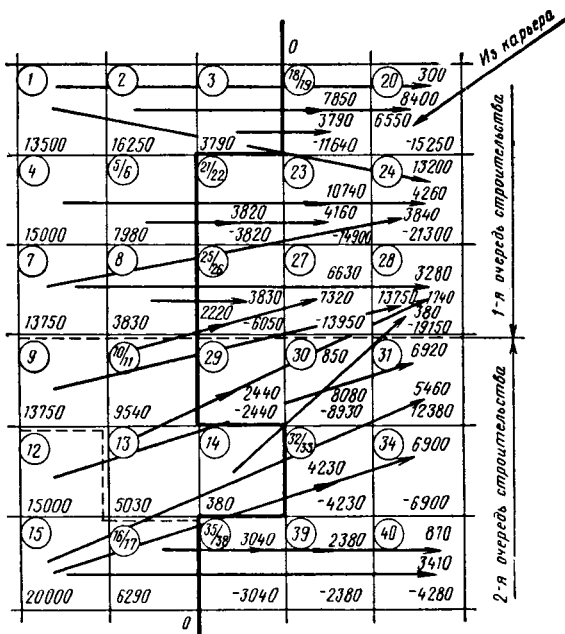


Рис. 41. Технологическая схема маршрутов и распределения грунта по оптимальному программированию при подсчете объемов по способу квадратов. Цифры в кружках означают номера квадратов картограммы



мы. Но так как нулевого баланса при этом не получается, то для решения распределения земляных масс 1-й очереди в программу вводятся ближайшие к границе квадраты выемки 2-й очереди строительства: 9, 10/11, 14 с полными объемами и часть объема из квадрата 13 (см. рис. 40). Такая схема отвечает картограмме с объемами, подсчитанными по способу треугольников. Для решения этой же задачи по картограмме с объемами, подсчитанными по способу квадратов, в программу вводится дополнительный элемент — карьер с объемом недостающего грунта 6550 м^3 , который по условиям расположения площадки направляется в квадрат 20.

Распределение земляных масс на участке 1-й очереди строительства по алгоритму автора представлено на матрицах отдельно по картограмме с подсчетом объемов земляных работ по способу треугольников (табл. 18) и по способу квадратов (табл. 19). Полученные оптимальные трассы частных перемещений земляных масс нанесены стрелками на технологические схемы (рис. 40 и 41). На схемах указаны транзитные и путевые объемы грунта, а также расстояния перевозки.

Программирование распределения грунта на участке 2-й очереди показано в табл. 20 и 21. Решение при помощи того же алгоритма значительно проще за счет уменьшения числа элементов матрицы: квадраты 9, 10/11 и 14 отсутствуют, а квадрат 13 вводится в программу с остатком объема 3280 м^3 для варианта, подсчитанного по способу треугольников, и 3290 м^3 — для варианта, подсчитанного по способу квадратов.

Для решения каждой матрицы по 1-й очереди строительства потребовалось всего 10 приемов с затратой времени около 30 мин, а по 2-й очереди — всего 4 приема. Для решения задачи аналитическими методами линейного программирования потребовались бы десятки часов. Использование ЭВМ для задачи такого объема не имеет смысла.

Полезно отметить, что решение на глаз по способу «шахматного» баланса требует затрат времени в 3—4 раза больше, чем по алгоритму, не говоря о том, что получить оптимальное распределение земляных масс при таком способе невозможно.

Преимущество программирования распределения грунта по алгоритму состоит еще и в том, что схема трасс перемещения получается предельно технологичной с ми-

нимумом пересечений. В рассмотренном примере пересекаются лишь трассы из квадрата 14 в квадрат 28 и из 12 в 31 (см. рис. 41). Но при производстве работ это пересечение легко устранить, выполнив перемещение грунта последовательно сначала по одной из этих трасс, затем по другой.

На основании матриц и технологических схем нетрудно сделать выборку трасс с отнесенными к ним объемами грунта и подсчитать суммарную работу транспортных средств. Такие выборки для рассматриваемого примера представлены в табл. 22 по обоим сопоставляемым способам подсчета объемов земляных работ.

Сопоставляя таблицы, нетрудно заметить, что суммарная работа по перемещению земляных масс при подсчете по способу квадратов превышает примерно на 40% суммарную работу при подсчете по способу треугольников, что вызывает завышение сметной стоимости в проектном решении вертикальной планировки.

Анализ трасс перемещения частных объемов раскрывает такое накопление погрешностей, которое неизбежно вызовет дезорганизацию в технологии земляных работ, если в ППР будет предусмотрен подсчет объема грунта по способу квадратов. Здесь появятся излишние перевалки грунта, непредусмотренная дополнительная разработка и т. п. При выполнении земляных работ в период 2-й очереди строительства вскрыется излишек грунта, равный завезенному объему из карьера во время 1-й очереди строительства, и его придется вывозить в отвал.

Результаты анализа основных трасс по технологическим схемам перемещения с выборкой главных погрешностей приведены в табл. 23. Согласно этой таблице произведена излишняя перевалка 2150 м³ грунта; дополнительный объем грунта при разработке выемки до проектных отметок 10 060 м³ (вывозка грунта объемом 6550 м³, равным завезенному из карьера, и перемещение внутри площадки грунта объемом 3510 м³).

Таким образом, дополнительная работа по перемещению грунта внутри площадки при усредненной дальности 316 м и за ее пределами (вывозка в отвал на 5 км) составляет

$$W_{\text{доп}} = 10^3 [712 + (215 + 351) 3,16 + (6550 \cdot 5)] = 10^3 \cdot 35 250 \text{ м}^3 \cdot \text{м}.$$

По сравнению с суммарной работой (см. табл. 22), подсчитанной с учетом объемов по способу квадратов,

ТАБЛИЦА 18. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМОВ ГРУНТА 1-й ОЧЕРЕДИ СТРОИТЕЛЬСТВА. ПОДСЧИТАННЫХ ПО СПОСОБУ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

перемещаемый объем 106 320 м³

Выемка (поставщик)		Объемы грунта, перемещаемого из квадратов выемки в квадраты насыпи (потребители), м ³ (по рис. 40)															
Номер квадрата (по рис. 40)	объем грунта, м ³	18/19 (11 520)		20 (14 400)		21/22 (5000)		23 (15 000)		24 (21 350)		25/26 (6050)		27 (14 000)		28 (19 000)	
		1	14420	0	300	5650	400	0	223	0	316	8770	412	0	283	0	360
2	16250	7500	200	8750	300	0	142	0	223	0	316	0	223	0	283	0	360
3	4020	4020	100	0	200	0	100	0	142	0	223	0	200	0	223	0	283
4	17090	0	316	0	412	0	200	10560	300	6530	400	0	223	0	316	0	412
5/6	9440	0	223	0	316	5000	100	4440	200	0	300	0	142	0	223	0	316
7	12920	0	360	0	447	0	223	0	316	6050	412	0	200	6870	300	0	400
8	3850	0	283	0	360	0	142	0	223	0	316	3850	100	0	200	0	300
9	14580	0	424	0	500	0	283	0	360	0	447	0	223	0	316	14580	412
10/11	9500	0	360	0	424	0	223	0	283	0	360	2200	142	7180	223	170	316
13	2890	0	447	0	500	0	316	0	360	0	424	0	223	0	283	2890	360
14	1360	0	412	0	447	0	300	0	316	0	360	0	200	0	223	1360	283
D_{\max}		347; 247; далее потребность в грунте исчерпана		300; 200; 184; 140; 100; далее потребность в грунте исчерпана		216; далее потребность в грунте исчерпана		218; 160; 137; 77; 60; далее потребность в грунте исчерпана		204; 147; 131; 87; 47; 35; далее потребность в грунте исчерпана		183; 141; далее потребность в грунте исчерпана		160; 137; 77; 60; 44; далее потребность в грунте исчерпана		164; 131; 87; 47; 35; далее потребность в грунте исчерпана	

Примечание. Цифры в круглых скобках в головке таблицы означают объемы насыпи в квадратах (в м³), снятые с картограммы; в углах клеток матрицы — расстояние (в м) между центрами квадратов выемки и насыпи. D_{\max} — максимальная разность (в м) между наибольшим и наименьшим расстояниями в данном ряду матрицы.

ТАБЛИЦА 19. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМОВ ГРУНТА 1-Я ОЧЕРЕДИ СТРОИТЕЛЬСТВА, ПОДСЧИТАННЫХ ПО СПОСОБУ КВАДРАТОВ

перемещаемый объем 106 060 м³, в том числе внутри площадки 99 510 м³

Выемка (поставщик)		Объемы грунта, перемещаемого из квадратов выемки в квадраты насыпи (потребители), м ³ (по рис. 41)															
номер квадрата (по рис. 41)	объем грунта, м ³	18/19	20	21/22	23	24	25/26	27	28								
		(11 640)	(15 250)	(3820)	(14 900)	(21 300)	(6050)	(13 950)	(19 150)								
1	13 500	0	300	400	0	223	0	316	13 200	412	0	283	0	360	0	447	
2	16 250	7850	200	8400	300	0	142	0	223	0	806	0	223	0	283	0	360
3	3790	3790	100	0	200	0	100	0	142	0	223	0	200	0	223	0	283
4	15 000	0	316	0	412	0	200	10 740	300	400	4260	0	223	0	316	0	412
5/6	7980	0	223	0	316	3820	100	4160	200	300	0	0	142	0	223	0	316
7	13 750	0	360	0	447	0	223	0	316	3840	412	0	200	6630	300	3280	400
8	3830	0	283	0	360	0	142	0	223	0	316	3830	100	0	200	0	300
9	13 750	0	424	0	500	0	283	0	360	0	447	0	223	0	316	13 750	412
10/11	9540	0	360	0	500	0	223	0	283	0	360	2220	142	7320	223	0	316
13	1740	0	447	0	500	0	316	0	360	0	424	0	223	0	283	1740	360
14	380	0	412	0	447	0	300	0	316	0	360	0	200	0	223	380	283
Карьер	6550	0		6550	5000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$D_{\text{макс}}$		347; 247; далее потребность в грунте исчерпана	300; 200; 184; 140; 100; далее потребность в грунте исчерпана	216; далее потребность в грунте исчерпана	218; 160; 137; 77; 60; далее потребность в грунте исчерпана	224; 147; 131; 87; 47; 35; далее потребность в грунте исчерпана	183; 141; 83; далее потребность в грунте исчерпана	160; 137; 77; 60; 44; далее потребность в грунте исчерпана	164; 131; 87; 47; 35; далее потребность в грунте исчерпана								

Примечание. Цифры в круглых скобках в головке таблицы означают объемы насыпи в квадратах (в м³), снятые с картограммы; в углах клеток матрицы — расстояние (в м) между центрами квадратов выемки и насыпи. $D_{\text{макс}}$ с — максимальная разность (в м) между наибольшим и наименьшим расстояниями в данном ряду матрицы.

ТАБЛИЦА 20. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМОВ ГРУНТА 2-й ОЧЕРЕДИ СТРОИТЕЛЬСТВА, ПОДСЧИТАННЫХ ПО СПОСОБУ ТРЕУГОЛЬНИКОВ
перемещаемый объем 44 950 м³

[Выемка (поставщик)		Объемы грунта, перемещаемого из квадратов выемки в квадраты насыпи (погребителя), м ³ (по рис. 41)									
номер квадрата	объем грунта по картограмме, м ³ (по рис. 41)	29	30	31	32/33	34	35/38	39	40		
		(2700)	(8550)	(12 290)	(4520)	(6980)	(3980)	(1980)	(4030)		
12	12 970	0	7970	5000	0	0	0	0	0	0	0
13	3280	2700	580	0	0	0	0	0	0	0	0
16/17	7450	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	21 250	0	0	7290	4520	6900	0	0	0	0	0
D_{\max}		141; далее потребность в грунте исчерпана	137; 77; 44; далее потребность в грунте исчерпана	131; 87; 35; далее потребность в грунте исчерпана	116; 93; 16; далее потребность в грунте исчерпана	112; 96; 12; далее потребность в грунте исчерпана	123; далее потребность в грунте исчерпана	116; далее потребность в грунте исчерпана	112; 12; далее потребность в грунте исчерпана		

Примечание. Цифры в круглых скобках в головке таблицы означают объемы насыпи в квадратах (в м³), снятые с картограммы; в углах клеток матрицы — расстояние (в м) между центрами квадратов выемки и насыпи. D_{\max} — максимальная разность (в м) между наибольшим и наименьшим расстояниями в данном ряду матрицы.

ТАБЛИЦА 21. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМОВ ГРУНТА 2-Й ОЧЕРЕДИ СТРОИТЕЛЬСТВА,
ПОДСЧИТАННЫХ ПО СПОСОБУ ТРЕУГОЛЬНИКОВ
перемещаемый объем 44 580 м³

Выемка (поставщик)		Объемы грунта, перемещаемого из квадратов выемки в квадраты насыпи (потребители), м ³ (по рис. 40)									
Номер квадрата (по рис. 40)	объем грунта по картограмме, м ³	29 (2440)	30 (8930)	31 (12 380)	32/33 (4230)	34 (6900)	35/38 (3040)	39 (2380)	40 (4280)		
12	15 000	223	316	412	300	400	223	316	412		
		0	8080	6920	0	0	0	0	0		
13	3290	142	223	316	200	300	142	223	316		
		2440	850	0	0	0	0	0	0		
16/17	6290	223	283	360	223	316	100	200	2380	200	300 ¹
		0	0	0	0	0	3040	0	0	870	0
15	20 000	283	360	447	316	412	200	300	3410		
		0	0	5460	4230	6900	0	0	0		
D _{макс}		141; далее потребность в грунте исчерпана	137; 77; 44; далее потребность в грунте исчерпана	131; 87; 35; далее потребность в грунте исчерпана	116; 93; 35; далее потребность в грунте исчерпана	112; 96; 12; далее потребность в грунте исчерпана	123; далее потребность в грунте исчерпана	116; далее потребность в грунте исчерпана	112; 12; далее потребность в грунте исчерпана		

Примечание. Цифры в круглых скобках в головке таблицы означают объемы насыпи в квадратах (в м³), снятые с картограммы; в углах клеток матрицы — расстояние (в м) между центрами квадратов выемки и насыпи. D_{макс} — максимальная разность (в м) между наибольшим и наименьшим расстояниями в данном ряду матрицы, м.

ТАБЛИЦА 22. ВЫБОРКА ТРАСС

Способ треугольника				Способ квадратов			
Длина пути, м	Перемещенный грунт, м ³ по схеме рис. 40)	Сумма объ- мов, м ³	Работа по пе- ремещению грунта, м ³ ·м	Длина пути, м	Перемещаемый грунт, м ³ (по схеме рис. 41)	Сумма объ- мов, м ³	Работа по пе- ремещению грунта, м ³ ·м
100	4020 + 5000 + 3850 + 3980	16 850	1685	100	3790 + 3820 + 3830 + 3040	14 480	14480
142	2200 + 2700	4 900	695, 8	142	2220 + 2440	4 660	651, 7
200	7500 + 4440 + 1980	13 920	2784	200	7850 + 4160 + 2380	14 390	2878
223	7130 + 580	7 710	1719, 3	223	7320 + 850	8 170	1821, 9
283	1360	1 360	384, 9	283	380	380	107, 5
300	8750 + 10 560 + 6870 + 1490	27 670	8301	300	8400 + 10740 + 6630 + 870	26 640	7992
316	4520 + 170 + 7970	12 660	4000, 6	316	8080 + 4230	12 310	3890
360	2890	2 890	1030, 4	360	1740	1 740	626, 4
400	5650 + 6530 + 2540	14 720	5888	400	3280 + 3410 + 300 + 4260	11 250	4500
412	8770 + 6050 + 14 580 + 5000 + 6900	41 300	17015, 6	412	13200 + 3840 + 13750 + 6920 + 6900	44 610	18279, 3
447	7290	7 290	3258, 6	447	5460	5 460	2440, 6
Итого				Итого внутри площадки			
		151 270	46763, 2	5000	6550 (из карьера)	6 550	32 750
					Всего	150 640	77 385

ТАБЛИЦА 23. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ОСНОВНЫХ ТРАСС ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ГРУНТА

Номер квадрата (по рис. 41)	Бросовые работы			Дебаланс частных объемов, м ³			
	длина пути, м	объем, м ³	работа по перемещению грунта, 10 ³ м ³ ·м	Выемки		Насыпи	
				изли- шек	недо- статок	изли- шек	недо- статок
1—20	400	850	340	920	—	850	—
3—18/19	100	120	12	230	—	120	—
4—24	—	—	—	2090	—	—	50
5/6 { 21/22 23	—	—	—	—	—	—	1180
	—	—	—	1460	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	100
7 } 23	—	—	—	830	—	—	—
	400	150	60	—	—	150	—
9 }	—	—	—	—	830	—	—
12—30	316	380	120	—	2030	380	—
13—29	—	—	—	1140	—	—	260
14—32/33	—	—	—	980	—	—	290
15—40	400	250	100	1250	—	250	—
16/17 { 35/38 39	200	400	80	1160	—	—	940
	—	—	—	—	—	400	—
Итого	—	2150	712	10 060	2860	2150	2820

дополнительная работа по перемещению грунта составляет:

$$P_{\text{доп}} = \frac{10^3 (77\ 355 - 35\ 250)}{10^3 \cdot 77\ 355} 100 = 54\%.$$

Общий объем работ с учетом дополнительного, подсчитанного по способу квадратов, равен:

$$W_{\text{полн}}^{\text{кв}} = 10^3 (77\ 355 + 35\ 250) = 10^3 \cdot 112\ 605 \text{ м}^3 \cdot \text{м}.$$

Эффективность способа треугольников:

$$Э_{\text{тр}} = \frac{10^3 (46763,3 - 112\ 605)}{46763,2} 100 = -140\%.$$

Таким образом, экономия в работе транспортных средств по способу треугольников примерно в 2,5 раза больше, чем по способу квадратов.

Средневзвешенная дальность перемещения земляных масс из условия оптимальной работы равна:

$$L_{\text{ср. взв}} = \frac{10^3 \cdot 46\ 763}{151\ 270} = 308 \text{ м},$$

что подтверждает достоверность результата, полученного по варианту 4, и в целом рациональность предложенного автором способа определения средневзвешенной дальности перемещения.

6. Стоимостная оценка работ по сравниваемым способам подсчета объемов

Эффективность изложенной в книге методики проектирования вертикальной планировки в стоимостной оценке на примере рассматриваемого объекта можно определить по двум позициям: по сметной стоимости на стадии разработки технического проекта и по себестоимости производства работ на стадии составления ППР.

Влияние способов подсчета объемов земляных работ на сметную стоимость наглядно показано в табл. 24.

Из итогов таблицы видно, что при одном и том же высотном положении проектной плоскости планировки подсчет объемов по способу квадратов приводит к явному завышению сметной стоимости (на 17%) по сравнению с более точным решением по способу треугольников. На первый взгляд может показаться, что строительная организация получит прибыль за счет погрешности способа квадратов. На самом же деле при ведении земляных работ по технологической схеме (см. рис. 39), составленной по объемам этого способа, строительная организация потерпит значительные убытки.

Себестоимость выполненных земляных работ обоими способами приведена в табл. 25. Из таблицы следует, что способ треугольников дает снижение себестоимости по сравнению со способом квадратов на 46%.

Представляют интерес данные сравнения сметной стоимости (без плановых накоплений) и себестоимости по показателям табл. 24 и 25.

Себестоимость вертикальной планировки, рассчитанная на основании ППР по способу треугольников, ниже сметной стоимости:

$$37\ 306 - 36\ 354 = 952 \text{ руб.}$$

В то же время при использовании способа квадратов себестоимость превышает сметную стоимость примерно на 25%:

$$45\ 972 - 57\ 209 = -11\ 237 \text{ руб.}$$

ТАБЛИЦА 24. СМЕТНАЯ СТОИМОСТЬ ЗЕМЛЯНЫХ РАБОТ

Основание	Наименование работ	Цена за 100 м ³ , руб.—кол.	Объем грунта, м ³ , по способу		Стоимость руб. по способу	
			треугольников	квадратов	треугольников	квадратов
ЕРЕР 1-377, ЕРЕР 1-378	Разработка грунта группы II скреперами с ковшом емкостью 6—8 м ³ и перемещение на 300 м	25—27	151 270	144 090	38 246	36 412
ЕРЕР 1-237	Разработка грунта группы II (в карьере) экскаватором (с прямой лопатой) с ковшом емкостью 0,5 м ³ и погрузка на автомобили-самосвалы	15—00	—	6550	—	983
Ценник № 3, ч. 1, разд. 3; K = 1, 1,15; γ = 1,8 т/м ³ ЕРЕР 1-344, ЕРЕР 1-345	Перевозка грунта автомобилями-самосвалами на расстояние 5 км	119—06	—	6550	—	7798
	Ремонт и содержание дороги при транспортировании грунта группы II автомобилями-самосвалами на расстояние 5 км с погрузкой экскаваторами с ковшом емкостью 0,5 м ³	12—93	—	6550	—	847
Итого					38 246	46 040
Накладные расходы 18%					6 884	8 287
Итого с накладными расходами					45 130	54 327
Плановые накопления 2,5%					1 128	1 358
Всего по смете					46 258	55 685
Экономия:						
руб.					9 427	—
%					17	—

Примечание. Экономия в процентах определена по сравнению со стоимостью работ для объемов, вычисленных по способу квадратов.

ТАБЛИЦА 25. СЕБЕСТОИМОСТЬ ЗЕМЛЯНЫХ РАБОТ

Основание	Наименование работ	Цена за 100 м ³ , руб.—коп.	Объем грунта, м ³ , по способу		Стоимость, руб., по способу	
			треугольников	квадратов	треугольников	квадратов
ЕРЕР 1-413, ЕРЕР 1-414	Разработка грунта группы II бульдозером мощностью 140—180 л. с. и перемещение на 100 м	16—60	16—50	14 480	277	2464
ЕРЕР 1-377, ЕРЕР 1-378	Разработка грунта группы II скреперами с ковшом емкостью 6—8 м ³ и перемещение на 140 м	14—32	4900	4660	692	667
ЕРЕР 1-378	То же, с перемещением грунта на 210 м	19—43	21 630	22 550	4203	4383
ЕРЕР 1-391	Разработка грунта группы II самоходными скреперами с ковшом емкостью 9 м ³ и перемещение на 300 м	12—40	41 690	39 330	5170	4877
ЕРЕР 1-391, ЕРЕР 1-392	То же, с перемещением грунта на 360 м	13—50	2890	1740	390	236
ЕРЕР 1-392	То же, с перемещением грунта на 400 м	14—24	56 020	55 860	7977	8954
ЕРЕР 1-392	То же, с перемещением грунта на 450 м	15—16	7290	5490	1105	827
ЕРЕР 1-237	Разработка грунта группы II (в карьере) экскаватором (с прямой лопатой) с ковшом емкостью 0,5 м ³ и погрузка на автомобили-самосвалы	15—00	—	6550	—	983
Ценник № 3, ч. 1, разд. 3; K = 1,5; γ = = 1,8 т/м ³	Перевозка грунта из карьера автомобилями-самосвалами на расстояние 5 км	119—06	—	6550	—	7798
ЕРЕР 1-344, ЕРЕР 1-345	Ремонт и содержание дороги при транспортировании грунта группы II автомобилями-самосвалами на расстояние 5 км и погрузка экскаватором с ковшом емкостью 0,5 м ³	12—93	—	6550	—	847
ЕРЕР 1-236	Погрузка излишнего, ранее разрыхленного грунта на автомобили-самосвалы экскаватором (с прямой лопатой) с ковшом емкостью 0,5 м ³	12—00	—	6550	—	780
Ценник № 3, ч. 1, разд. 3; K = 1,15; γ = = 1,8 т/м ³	Перевозка грунта в отвал автомобилями-самосвалами на расстояние 5 км	119—06	—	6550	—	7798

Основание	Наименование работ	Цена за 100 м ³ , руб. — коп.	Объем грунта, м ³ , по способу		Стоимость, руб., по способу	
			треугольников	квадратов	треугольников	квадратов
ЕРЕР 1-391	Разработка грунта группы II самоходными скреперами с ковшом емкостью 9 м ³ и перемещение на 300 м (дополнительная перевалка)	12—40	—	5660	—	702
	Итого				22 334	41 256
	Накладные расходы 18%				4 020	7 426
	Итого с накладными расходами				26 354	48 682
	Экономия по себестоимости:					
	руб.				22 328	—
	%				46	—

Примечание. Экономия в процентах определена по сравнению со стоимостью работ для объемов, вычисленных по способу квадратов.

Рассмотренный пример дает основание рекомендовать изложенную в книге методику к широкому применению.

1. ОБЪЕМЫ ПОЛНЫХ ПРИЗМАТОИДОВ (в м³) при $a=10$ м

$\Sigma H, \text{ м}$	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	—	0,167	0,333	0,5	0,667	0,833	1	1,167	1,333	1,5
0,1	1,667	1,833	2	2,167	2,333	2,5	2,667	2,833	3	3,167
0,2	3,333	3,5	3,667	3,833	4	4,167	4,333	4,5	4,667	4,833
0,3	5	5,167	5,333	5,5	5,667	5,833	6	6,167	6,333	6,5
0,4	6,667	6,833	7	7,167	7,333	7,5	7,667	7,833	8	8,167
0,5	8,333	8,5	8,667	8,833	9	9,167	9,333	9,5	9,667	9,833
0,6	10	10,167	10,333	10,5	10,667	10,833	11	11,167	11,333	11,5
0,7	11,667	11,833	12	12,167	12,333	12,5	12,667	12,833	13	13,167
0,8	13,333	13,5	13,667	13,833	14	14,167	14,333	14,5	14,667	14,833
0,9	15	15,167	15,333	15,5	15,667	15,833	16	16,167	16,333	16,5
1	16,667	16,833	17	17,167	17,333	17,5	17,667	17,833	18	18,167
1,1	18,333	18,5	18,667	18,833	19	19,167	19,333	19,5	19,667	19,833
1,2	20	20,167	20,333	20,5	20,667	20,833	21	21,167	21,333	21,5
1,3	21,667	21,833	22	22,167	22,333	22,5	22,667	22,833	23	23,167
1,4	23,333	23,5	23,667	23,833	24	24,167	24,333	24,5	24,667	24,833
1,5	25	25,167	25,333	25,5	25,667	25,833	26	26,167	26,333	26,5
1,6	26,667	26,833	27	27,167	27,333	27,5	27,667	27,833	28	28,167
1,7	28,333	28,5	28,667	28,833	29	29,167	29,333	29,5	29,667	29,833
1,8	30	30,167	30,333	30,5	30,667	30,833	31	31,167	31,333	31,5
1,9	31,667	31,833	32	32,167	32,333	32,5	32,667	32,833	33	33,167
2	33,333	33,5	33,667	33,833	34	34,167	34,333	34,5	34,667	34,833
2,1	35	35,167	35,333	35,5	35,667	35,833	36	36,167	36,333	36,5
2,2	36,667	36,833	37	37,167	37,333	37,5	37,667	37,833	38	38,167
2,3	38,333	38,5	38,667	38,833	39	39,167	39,333	39,5	39,667	39,833
2,4	40	40,167	40,333	40,5	40,667	40,833	41	41,167	41,333	41,5
2,5	41,667	41,833	42	42,167	42,333	42,5	42,667	42,833	43	43,167

2,6	43,333	43,5	43,667	43,833	44	44,167	44,333	44,5	44,667	44,833
2,7	45	45,167	45,333	45,5	45,667	45,833	46	46,167	46,333	46,5
2,8	46,667	46,833	47	47,167	47,333	47,5	47,667	47,833	48	48,167
2,9	48,333	48,5	48,667	48,833	49	49,167	49,333	49,5	49,667	49,833
3	50	50,167	50,333	50,5	50,667	50,833	51	51,167	51,333	51,5
3,1	51,667	51,833	52	52,167	52,333	52,5	52,667	52,833	53	53,167
3,2	53,333	53,5	53,667	53,833	54	54,167	54,333	54,5	54,667	54,833
3,3	55	55,167	55,333	55,5	55,667	55,833	56	56,167	56,333	56,5
3,4	56,667	56,833	57	57,167	57,333	57,5	57,667	57,833	58	58,167
3,5	58,333	58,5	58,667	58,833	59	59,167	59,333	59,5	59,667	59,833
3,6	60	60,167	60,333	60,5	60,667	60,833	61	61,167	61,333	61,5
3,7	61,667	61,833	62	62,167	62,333	62,5	62,667	62,833	63	63,167
3,8	63,333	63,5	63,667	63,833	64	64,167	64,333	64,5	64,667	64,833
3,9	65	65,167	65,333	65,5	65,667	65,833	66	66,167	66,333	66,5
4	66,667	66,833	67	67,167	67,333	67,5	67,667	67,833	68	68,167
4,1	68,333	68,5	68,667	68,833	69	69,167	69,333	69,5	69,667	69,833
4,2	70	70,167	70,333	70,5	70,667	70,833	71	71,167	71,333	71,5
4,3	71,667	71,833	72	72,167	72,333	72,5	72,667	72,833	73	73,167
4,4	73,333	73,5	73,667	73,833	74	74,167	74,333	74,5	74,667	74,833
4,5	75	75,167	75,333	75,5	75,667	75,833	76	76,167	76,333	76,5
4,6	76,667	76,833	77	77,167	77,333	77,5	77,667	77,833	78	78,167
4,7	78,333	78,5	78,667	78,833	79	79,167	79,333	79,5	79,667	79,833
4,8	80	80,167	80,333	80,5	80,667	80,833	81	81,167	81,333	81,5
4,9	81,667	81,833	82	82,167	82,333	82,5	82,667	82,833	83	83,167
5	83,333	83,5	83,667	83,833	84	84,167	84,333	84,5	84,667	84,833
5,1	85	85,167	85,333	85,5	85,667	85,833	86	86,167	86,333	86,5
5,2	86,667	86,833	87	87,167	87,333	87,5	87,667	87,833	88	88,167
5,3	88,333	88,5	88,667	88,833	89	89,167	89,333	89,5	89,667	89,833
5,4	90	90,167	90,333	90,5	90,667	90,833	91	91,167	91,333	91,5
5,5	91,667	91,833	92	92,167	92,333	92,5	92,667	92,833	93	93,167
5,6	93,333	93,5	93,667	93,833	94	94,167	94,333	94,5	94,667	94,833
5,7	95	95,167	95,333	95,5	95,667	95,833	96	96,167	96,333	96,5
5,8	96,667	96,833	97	97,167	97,333	97,5	97,667	97,833	98	98,167

ZH, м	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
5,9	98,333	98,5	98,667	98,833	99	99,167	99,333	99,5	99,667	99,833
6	100	100,167	100,333	100,5	100,667	100,833	101	101,167	101,333	101,5
6,1	101,667	101,833	102	102,167	102,333	102,5	102,667	102,833	103	103,167
6,2	103,333	103,5	103,667	103,833	104	104,167	104,333	104,5	104,667	104,833
6,3	105	105,167	105,333	105,5	105,667	105,833	106	106,167	106,333	106,5
6,4	106,667	106,833	107	107,167	107,333	107,5	107,667	107,833	108	108,167
6,5	108,333	108,5	108,667	108,833	109	109,167	109,333	109,5	109,667	109,833
6,6	110	110,167	110,333	110,5	110,667	110,833	111	111,167	111,333	111,5
6,7	111,667	111,833	112	112,167	112,333	112,5	112,667	112,833	113	113,167
6,8	113,333	113,5	113,667	113,833	114	114,167	114,333	114,5	114,667	114,833
6,9	115	115,167	115,333	115,5	115,667	115,833	116	116,167	116,333	116,5
7	116,667	116,833	117	117,167	117,333	117,5	117,667	117,833	118	118,167
7,1	118,333	118,5	118,667	118,833	119	119,167	119,333	119,5	119,667	119,833
7,2	120	120,167	120,333	120,5	120,667	120,833	121	121,167	121,333	121,5
7,3	121,667	121,833	122	122,167	122,333	122,5	122,667	122,833	123	123,167
7,4	123,333	123,5	123,667	123,833	124	124,167	124,333	124,5	124,667	124,833
7,5	125	125,167	125,333	125,5	125,667	125,833	126	126,167	126,333	126,5
7,6	126,667	126,833	127	127,167	127,333	127,5	127,667	127,833	128	128,167
7,7	128,333	128,5	128,667	128,833	129	129,167	129,333	129,5	129,667	129,833
7,8	130	130,167	130,333	130,5	130,667	130,833	131	131,167	131,333	131,5
7,9	131,667	131,833	132	132,167	132,333	132,5	132,667	132,833	133	133,167
8	133,333	133,5	133,667	133,833	134	134,167	134,333	134,5	134,667	134,833
8,1	135	135,167	135,333	135,5	135,667	135,833	136	136,167	136,333	136,5
8,2	136,667	136,833	137	137,167	137,333	137,5	137,667	137,833	138	138,167
8,3	138,333	138,5	138,667	138,833	139	139,167	139,333	139,5	139,667	139,833
8,4	140	140,167	140,333	140,5	140,667	140,833	141	141,167	141,333	141,5
8,5	141,667	141,833	142	142,167	142,333	142,5	142,667	142,833	143	143,167

8,6	143,333	143,5	143,667	143,833	144	144,167	144,333	144,5	144,667	144,833
8,7	145	145,167	145,333	145,5	145,667	145,833	146	146,167	146,333	146,5
8,8	146,667	146,833	147	147,167	147,333	147,5	147,667	147,833	148	148,167
8,9	148,333	148,5	148,667	148,833	149	149,167	149,333	149,5	149,667	149,833
9	150	150,167	150,333	150,5	150,667	150,833	151	151,167	151,333	151,5
9,1	151,667	151,833	152	152,167	152,333	152,5	152,667	152,833	153	153,167
9,2	153,333	153,5	153,667	153,833	154	154,167	154,333	154,5	154,667	154,833
9,3	155	155,167	155,333	155,5	155,667	155,833	156	156,167	156,333	156,5
9,4	156,667	156,833	157	157,167	157,333	157,5	157,667	157,833	158	158,167
9,5	158,333	158,5	158,667	158,833	159	159,167	159,333	159,5	159,667	159,833
9,6	160	160,167	160,333	160,5	160,667	160,833	161	161,167	161,333	161,5
9,7	161,667	161,833	162	162,167	162,333	162,5	162,667	162,833	163	163,167
9,8	163,333	163,5	163,667	163,833	164	164,167	164,333	164,5	164,667	164,833
9,9	165	165,167	165,333	165,5	165,667	165,833	166	166,167	166,333	166,5
10	165,667	166,833	167	167,167	167,333	167,5	167,667	168,833	168	168,167

2. ОБЪЕМЫ ПРИЗМАТОИДОВ (в м³) при $a=50$ м

ZH, м	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	—	4,17	8,33	12,5	16,67	20,83	25	29,17	33,33	37,5
0,1	41,67	45,83	50	54,17	58,33	62,5	66,67	70,83	75	79,17
0,2	83,33	87,5	91,67	95,83	100	104,17	108,33	112,5	116,67	120,83
0,3	125	129,17	133,33	137,5	141,67	145,83	150	154,17	158,33	162,5
0,4	166,67	170,83	175	179,17	183,33	187,5	191,67	195,83	200	204,17
0,5	208,33	212,5	216,67	220,83	225	229,17	233,33	237,5	241,67	245,83
0,6	250	254,17	258,33	262,5	266,67	270,83	275	279,17	283,33	287,5
0,7	291,67	295,83	300	304,17	308,33	312,5	316,67	320,83	325	329,17
0,8	333,33	337,5	341,67	345,83	350	354,17	358,33	362,5	366,67	370,83
0,9	375	379,17	383,33	387,5	391,67	395,83	400	404,17	408,33	412,5
1	416,67	420,83	425	429,17	433,33	437,5	441,67	445,83	450	454,17

$\Sigma H, \text{ м}$	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,1	458,33	462,5	466,67	470,83	475	479,17	483,33	487,5	491,67	495,83
1,2	500	504,17	508,33	512,5	516,67	520,83	525	529,17	533,33	537,5
1,3	541,67	545,83	550	554,17	558,33	562,5	566,65	570,83	575	579,17
1,4	583,33	587,5	591,67	595,83	600	604,17	608,33	612,5	616,67	620,83
1,5	625	629,17	633,33	637,5	641,67	645,83	650	654,17	658,33	662,5
1,6	666,67	670,83	675	679,17	683,33	687,5	691,67	695,83	700	704,17
1,7	708,33	712,5	716,67	720,83	725	729,17	733,33	737,5	741,67	745,83
1,8	750	754,17	758,33	762,5	766,67	770,83	775	779,17	783,33	787,5
1,9	791,67	795,83	800	804,17	808,33	812,5	816,67	820,83	825	829,17
2	833,33	837,5	841,67	845,83	850	854,17	858,33	862,5	866,67	870,83
2,1	875	879,17	883,33	887,5	891,67	895,83	900	904,17	908,33	912,5
2,2	916,67	920,83	925	929,17	933,33	937,5	941,67	945,83	950	954,17
2,3	958,33	962,5	966,67	970,83	975	979,17	983,33	987,5	991,67	995,83
2,4	1000	1004,17	1008,33	1012,5	1016,67	1021,83	1025	1029,17	1033,33	1037,5
2,5	1041,67	1045,83	1050	1054,17	1058,33	1062,5	1066,67	1070,83	1075	1079,17
2,6	1083,33	1087,5	1091,67	1095,83	1100	1104,17	1108,33	1112,5	1116,67	1120,83
2,7	1125	1129,17	1133,33	1137,5	1141,67	1145,83	1150	1154,17	1158,33	1162,5
2,8	1166,67	1170,83	1175	1179,17	1183,33	1187,5	1191,67	1195,83	1200	1204,17
2,9	1208,33	1212,5	1216,67	1220,83	1225	1229,17	1233,33	1237,5	1241,67	1245,83
3	1250	1254,17	1258,33	1262,5	1266,67	1270,83	1275	1279,17	1283,33	1287,5
3,1	1291,67	1295,83	1300	1304,17	1308,33	1312,5	1316,67	1320,83	1325	1329,17
3,2	1333,33	1337,5	1341,67	1345,83	1350	1354,17	1358,33	1362,5	1366,67	1370,83
3,3	1375	1379,17	1383,33	1387,5	1391,67	1395,83	1400	1404,17	1408,33	1412,5
3,4	1416,67	1420,83	1425	1429,17	1433,33	1437,5	1441,67	1445,83	1450	1454,17
3,5	1458,33	1462,5	1466,67	1470,83	1475	1479,17	1483,33	1487,5	1491,67	1495,83
3,6	1500	1504,17	1508,33	1512,5	1516,67	1520,83	1525	1529,17	1533,33	1537,5
3,7	1541,67	1545,83	1550	1554,17	1558,33	1562,5	1566,67	1570,83	1575	1579,17

3,8	1583,33	1587,5	1591,67	1595,83	1600	1604,17	1608,33	1612,5	1616,67	1620,83
3,9	1625	1629,17	1633,33	1637,5	1641,67	1645,83	1650	1654,17	1658,33	1662,5
4	1666,67	1670,83	1675	1679,17	1683,33	1687,5	1691,67	1695,83	1700	1704,17
4,1	1708,33	1712,5	1716,67	1720,83	1725	1729,17	1733,33	1737,5	1741,67	1745,83
4,2	1750	1754,17	1758,33	1762,5	1766,67	1770,83	1775	1779,17	1783,33	1787,5
4,3	1791,67	1795,83	1800	1804,17	1808,33	1812,5	1816,67	1820,83	1825	1829,17
4,4	1833,33	1837,5	1841,67	1845,83	1850	1854,17	1858,33	1862,5	1816,67	1870,83
4,5	1875	1879,17	1883,33	1887,5	1891,67	1895,83	1900	1904,17	1908,33	1912,5
4,6	1916,67	1920,83	1925	1929,17	1933,33	1937,5	1941,67	1945,83	1950	1954,17
4,7	1958,33	1962,5	1966,67	1970,83	1975	1979,17	1983,33	1987,5	1991,67	1995,83
4,8	2000	2004,17	2008,33	2012,5	2016,67	2020,83	2025	2029,17	2033,33	2037,5
4,9	2041,67	2045,83	2050	2054,17	2058,33	2062,5	2066,67	2070,83	2075	2079,17
5	2083,33	2087,5	2091,67	2095,83	2100	2104,17	2108,33	2112,5	2116,67	2120,83
5,1	2125	2129,17	2133,33	2137,5	2141,67	2145,83	2150	2154,17	2158,33	2162,5

3. ОБЪЕМЫ ПИРАМИД (в м³ при $h_3=0,12 \text{ м}$)

$h_1, h_2, \text{ м}$	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,12	0,15	0,17	0,2	0,22	0,25	0,27	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	h_1, h_{22} м												
0	2	1,8	1,72	1,6	1,5	1,41	1,34	1,26	1,2	1,14	1,09	0,92	0,89	0,83	0,75	0,71	0,65	0,62	0,57	0,51	0,46	0,43	0,39	0,33	0,29	0,26	0,24	0,22	0,00												
0,01		1,6	1,48	1,4	1,31	1,24	1,16	1,1	1,04	0,95	0,89	0,82	0,76	0,69	0,65	0,6	0,56	0,57	0,52	0,47	0,42	0,39	0,36	0,3	0,26	0,24	0,22	0,2	0,01												
0,02		1,71	1,47	1,37	1,3	1,21	1,14	1,08	1,02	0,95	0,89	0,86	0,79	0,7	0,64	0,6	0,56	0,53	0,48	0,43	0,39	0,36	0,34	0,28	0,24	0,22	0,2	0,18	0,02												
0,03			1,28	1,13	1,08	0,95	0,89	0,85	0,8	0,77	0,71	0,63	0,58	0,53	0,5	0,48	0,47	0,44	0,39	0,35	0,31	0,28	0,26	0,22	0,2	0,19	0,17	0,15	0,03												
0,04				1,13	1,07	0,94	0,89	0,85	0,8	0,77	0,71	0,63	0,58	0,53	0,5	0,48	0,47	0,44	0,39	0,37	0,33	0,29	0,26	0,24	0,22	0,2	0,18	0,16	0,04												
0,05					1,07	0,94	0,89	0,85	0,8	0,77	0,71	0,63	0,58	0,53	0,5	0,48	0,47	0,44	0,39	0,37	0,33	0,29	0,26	0,24	0,22	0,2	0,18	0,16	0,14	0,06											
0,06						0,89	0,84	0,8	0,76	0,73	0,67	0,6	0,54	0,5	0,47	0,45	0,42	0,39	0,37	0,35	0,31	0,28	0,26	0,22	0,2	0,19	0,17	0,15	0,13	0,07											
0,07							0,8	0,76	0,73	0,66	0,61	0,54	0,49	0,45	0,42	0,39	0,37	0,35	0,31	0,27	0,25	0,23	0,2	0,18	0,16	0,14	0,13	0,11	0,09	0,09											
0,08								0,8	0,76	0,66	0,61	0,54	0,49	0,45	0,42	0,39	0,37	0,35	0,31	0,27	0,25	0,23	0,2	0,18	0,16	0,14	0,13	0,11	0,1	0,1											
0,09									0,73	0,66	0,61	0,54	0,49	0,45	0,42	0,39	0,37	0,35	0,31	0,27	0,25	0,23	0,2	0,18	0,16	0,14	0,13	0,11	0,1	0,1											
0,1										0,66	0,61	0,54	0,49	0,45	0,42	0,39	0,37	0,35	0,31	0,28	0,25	0,23	0,2	0,18	0,16	0,14	0,13	0,11	0,1	0,1											
0,12											0,6	0,55	0,48	0,45	0,41	0,38	0,35	0,33	0,31	0,28	0,25	0,23	0,2	0,19	0,17	0,15	0,13	0,12	0,11	0,1	0,12										
0,15												0,49	0,44	0,4	0,37	0,34	0,32	0,3	0,28	0,25	0,23	0,21	0,19	0,17	0,15	0,13	0,12	0,11	0,1	0,1	0,15										
0,17													0,4	0,36	0,33	0,32	0,29	0,28	0,25	0,23	0,21	0,19	0,17	0,15	0,13	0,12	0,11	0,1	0,1	0,1	0,17										
0,2														0,33	0,3	0,28	0,26	0,25	0,23	0,21	0,19	0,18	0,16	0,14	0,12	0,11	0,1	0,09	0,08	0,1	0,17										
0,22															0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,17										
0,25																0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,17									
0,27																	0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,17								
0,3																		0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,17							
0,35																			0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,17						
0,4																				0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,17					
0,45																					0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,17				
0,5																						0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,17			
0,6																							0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,17		
0,7																								0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,17	
0,8																									0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,08	0,08	0,1	0,17
0,9																										0,28	0,26	0,24	0,23	0,21	0,19	0,17	0,16	0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,		

$h_1, h_2,$ м	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,12	0,15	0,17	0,2	0,22	0,25	0,27	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$h_1, h_2,$ м	
0,22																0,25	0,23	0,22	0,2	0,18	0,16	0,15	0,14	0,13	0,12	0,1	0,09	0,08	0,07	0,22
0,25																	0,21	0,2	0,18	0,17	0,16	0,15	0,14	0,13	0,12	0,1	0,09	0,08	0,07	0,25
0,27																		0,19	0,17	0,16	0,14	0,13	0,12	0,1	0,09	0,08	0,07	0,06	0,27	0,28
0,3																			0,16	0,15	0,13	0,12	0,11	0,1	0,09	0,07	0,07	0,06	0,3	0,3
0,35																				0,13	0,12	0,11	0,1	0,09	0,07	0,07	0,06	0,05	0,35	0,35
0,4																					0,11	0,1	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,4	0,4
0,45																						0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,45	0,45
0,5																							0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,5	0,5
0,6																								0,06	0,05	0,04	0,03	0,03	0,6	0,6
0,7																									0,05	0,04	0,03	0,03	0,7	0,7
0,8																										0,04	0,03	0,03	0,8	0,8
0,9																											0,03	0,02	0,9	0,9
1																											0,02	1	1	1

4. ОБЪЕМЫ ПИРАМИД (в м³) при $h_3=0,17$ м

$h_1, h_2,$ м	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,12	0,15	0,17	0,2	0,22	0,25	0,27	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	$h_1, h_2,$ м		
0	2,83	2,67	2,52	2,4	2,28	2,18	2,08	1,92	1,85	1,78	1,66	1,5	1,41	1,3	1,23	1,14	1,09	1,02	0,93	0,84	0,78	0,72	0,62	0,55	0,5	0,45	0,42	0	0		
0,01		2,52	2,39	2,27	2,17	2,07	1,97	1,82	1,75	1,68	1,57	1,42	1,38	1,22	1,16	1,08	1,02	0,97	0,88	0,8	0,74	0,68	0,59	0,52	0,47	0,43	0,39	0,01	0,01		
0,02			2,26	2,17	2,05	1,96	1,87	1,79	1,72	1,66	1,59	1,49	1,34	1,26	1,16	1,1	1,02	0,97	0,92	0,84	0,76	0,7	0,64	0,56	0,5	0,44	0,4	0,37	0,02	0,02	
0,03				2,04	1,94	1,85	1,78	1,7	1,64	1,5	1,52	1,42	1,27	1,2	1,1	1,05	0,97	0,93	0,87	0,79	0,72	0,66	0,61	0,53	0,47	0,41	0,38	0,35	0,03	0,03	
0,04					1,85	1,76	1,69	1,62	1,56	1,5	1,44	1,36	1,21	1,14	1,05	1	0,93	0,88	0,83	0,75	0,68	0,63	0,58	0,5	0,44	0,39	0,36	0,33	0,04	0,04	
0,05						1,69	1,61	1,55	1,48	1,44	1,37	1,3	1,16	1,09	1	0,95	0,88	0,84	0,79	0,72	0,65	0,6	0,55	0,48	0,43	0,38	0,35	0,32	0,05	0,05	
0,06							1,54	1,48	1,42	1,38	1,31	1,24	1,11	1,04	0,96	0,91	0,84	0,8	0,75	0,68	0,62	0,57	0,53	0,46	0,41	0,37	0,34	0,3	0,06	0,06	
0,07								1,42	1,36	1,32	1,26	1,18	1,06	1	0,92	0,87	0,81	0,77	0,72	0,65	0,59	0,55	0,51	0,44	0,4	0,36	0,32	0,29	0,07	0,07	
0,08									1,32	1,26	1,22	1,13	1,02	0,96	0,92	0,88	0,84	0,78	0,74	0,69	0,62	0,57	0,53	0,49	0,42	0,38	0,35	0,31	0,28	0,08	0,08
0,09										1,21	1,16	1,09	0,98	0,92	0,85	0,81	0,75	0,71	0,66	0,6	0,55	0,51	0,47	0,4	0,37	0,34	0,3	0,27	0,09	0,09	
0,1											1,12	1,04	0,95	0,89	0,82	0,78	0,72	0,69	0,64	0,58	0,53	0,49	0,45	0,39	0,36	0,33	0,29	0,26	0,1	0,1	
0,12												0,97	0,89	0,83	0,77	0,72	0,67	0,64	0,6	0,55	0,5	0,45	0,42	0,36	0,34	0,31	0,27	0,24	0,12	0,12	
0,15													0,8	0,75	0,7	0,65	0,62	0,59	0,54	0,5	0,46	0,42	0,38	0,33	0,31	0,28	0,25	0,22	0,15	0,15	
0,17														0,71	0,65	0,62	0,58	0,54	0,51	0,47	0,43	0,39	0,36	0,31	0,29	0,26	0,23	0,2	0,17	0,17	
0,2															0,6	0,57	0,53	0,5	0,47	0,43	0,39	0,36	0,33	0,3	0,27	0,24	0,21	0,19	0,2	0,2	

0,22																0,54	0,5	0,48	0,45	0,4	0,37	0,34	0,31	0,28	0,25	0,22	0,2	0,18	0,22		
0,25																	0,47	0,44	0,41	0,37	0,34	0,32	0,29	0,26	0,23	0,21	0,19	0,17	0,25	0,25	
0,27																		0,42	0,39	0,35	0,32	0,3	0,27	0,24	0,22	0,2	0,18	0,16	0,27	0,27	
0,3																			0,37	0,33	0,3	0,28	0,26	0,23	0,21	0,19	0,17	0,15	0,3	0,3	
0,35																				0,3	0,28	0,26	0,23	0,21	0,19	0,17	0,15	0,14	0,35	0,35	
0,40																					0,26	0,24	0,22	0,19	0,17	0,15	0,13	0,12	0,4	0,4	
0,45																							0,21	0,18	0,16	0,14	0,12	0,11	0,45	0,45	
0,5																								0,18	0,15	0,13	0,11	0,1	0,5	0,5	
0,6																									0,15	0,13	0,11	0,1	0,09	0,6	0,6
0,7																										0,11	0,1	0,09	0,08	0,7	0,7
0,8																											0,09	0,08	0,07	0,8	0,8
0,9																											0,07	0,06	0,9	0,9	
1																											0,07	0,06	1	1	

5. ОБЪЕМЫ КЛИНА (в м³) при $\alpha=10$ м

$H_{кл},$ м	$H^3,$ м														
	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2
0,01	0,074	0,047	0,034	0,027	0,022	0,019	0,016	0,014	0,013	0,012	0,01	0,009	0,008	0,007	0,006
0,02	0,208	0,148	0,115	0,093	0,0788	0,068	0,06	0,054	0,048	0,044	0,038	0,032	0,028	0,026	0,024
0,03	0,36	0,275	0,222	0,186	0,16	0,14	0,125	0,112	0,102	0,094	0,081	0,07	0,062	0,057	0,051
0,04	0,518	0,416	0,346	0,297	0,258	0,229	0,206	0,187	0,171	0,157	0,136	0,12	0,108	0,096	0,088
0,05	0,68	0,566	0,482	0,42	0,37	0,332	0,3	0,274	0,252	0,234	0,204	0,18	0,162	0,147	0,135
0,06	0,844	0,72	0,624	0,55	0,492	0,44	0,405	0,372	0,344	0,319	0,28	0,25	0,224	0,204	0,188
0,07	1,008	0,876	0,773	0,69	0,622	0,565	0,519	0,478	0,44	0,414	0,366	0,327	0,296	0,27	0,248
0,08	1,177	1,036	0,924	0,832	0,757	0,693	0,638	0,591	0,553	0,516	0,458	0,412	0,374	0,342	0,314
0,09	1,338	1,199	1,08	0,98	0,897	0,825	0,765	0,713	0,667	0,626	0,558	0,503	0,458	0,42	0,388
0,1	1,5	1,36	1,238	1,131	1,041	0,965	0,896	0,837	0,787	0,74	0,664	0,6	0,548	0,504	0,468
0,12	1,835	1,688	1,554	1,44	1,344	1,248	1,171	1,1	1,038	0,984	0,88	0,81	0,744	0,688	0,638
0,14	2,167	2,016	1,875	1,758	1,642	1,546	1,456	1,38	1,308	1,244	1,13	1,038	0,956	0,888	0,828
0,16	2,5	2,346	2,202	2,072	1,955	1,848	1,755	1,664	1,587	1,514	1,386	1,276	1,182	1,106	1,032
0,18	2,835	2,678	2,532	2,398	2,275	2,16	2,06	1,96	1,872	1,794	1,65	1,53	1,426	1,334	1,252
0,2	3,167	3	2,86	2,72	2,592	2,476	2,365	2,261	2,17	2,082	1,93	1,792	1,674	1,574	1,48
0,22	3,5	3,34	3,19	3,048	2,915	2,79	2,68	2,57	2,47	2,38	2,215	2,07	1,94	1,825	1,73
0,24	3,835	3,67	3,516	3,376	3,24	3,108	2,99	2,88	2,772	2,688	2,496	2,342	2,2	2,076	1,968
0,26	4,167	4,002	3,85	3,7	3,56	3,43	3,31	3,19	3,09	2,98	2,8	2,635	2,48	2,345	2,225
0,28	4,5	4,332	4,18	4,032	3,889	3,746	3,63	3,504							

Н_с, м

Н _{кл} , м	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2
0,3	4,835	4,676	4,512	4,366	4,216	4,08	3,95	3,825	3,714	3,596	3,395	3,21	3,04	2,89	2,75
0,32	5,167	5,002	4,846	4,692	4,586	4,404	4,275	4,144	4,027	3,91	3,696	3,51	3,328	3,174	3,028
0,34	5,5	5,332	5,18	5,028	4,876	4,704	4,6	4,47	4,34	4,29	4,01	3,815	3,625	3,46	3,31
0,36	5,835	5,668	5,509	5,356	5,21	5,064	4,925	4,796	4,662	4,55	4,32	4,12	3,925	3,744	3,588
0,38	6,167	6	5,837	5,68	5,54	5,396	5,25	5,125	5	4,87	4,635	4,42	4,225	4,04	3,88
0,4	6,5	6,334	6,179	6,006	5,868	5,72	5,58	5,45	5,31	5,184	4,96	4,73	4,522	4,34	4,167
0,42	6,835	6,668	6,508	6,35	6,2	6,05	5,906	5,768	5,633	5,5	5,256	5,04	4,83	4,635	4,46
0,44	7,167	7,002	6,84	6,681	6,53	6,38	6,245	6,1	5,96	5,83	5,58	5,36	5,14	4,94	4,76
0,46	7,5	7,336	7,172	7,012	6,86	6,707	6,566	6,425	6,3	6,16	5,905	5,67	5,46	5,245	5,055
0,48	7,834	7,668	7,507	7,352	7,201	7,031	6,912	6,752	6,666	6,48	6,216	6,98	5,76	5,542	5,36
0,5	8,167	8,002	7,841	7,68	7,523	7,371	7,257	7,076	6,93	6,802	6,538	6,3	6,07	5,812	5,655
0,52	8,5	8,336	8,169	8,005	7,85	7,7	7,576	7,4	7,28	7,14	6,86	6,62	6,38	6,18	5,96
0,54	8,834	8,668	8,505	8,342	8,196	8,033	7,885	7,736	7,594	7,47	7,194	6,94	6,71	6,48	6,25
0,56	9,167	9,002	8,84	8,678	8,516	8,366	8,212	8,064	7,922	7,78	7,492	7,26	7,008	6,79	6,568
0,58	9,5	9,336	9,168	9,006	8,88	8,694	8,536	8,385	8,26	8,11	7,83	7,58	7,335	7,108	6,866
0,6	9,835	9,668	9,51	9,352	9,188	9,024	8,875	8,72	8,58	8,433	8,16	7,9	7,65	7,428	7,192
0,62	10,167	10,002	9,84	9,678	9,508	9,358	9,208	9,05	8,913	8,77	8,48	8,226	7,97	7,74	7,51
0,64	10,5	10,336	10,168	10,004	9,85	9,69	9,53	9,365	9,238	9,108	8,808	8,55	8,288	8,06	7,82
0,66	10,835	10,668	10,506	10,34	10,18	10,02	9,87	9,71	9,57	9,43	9,14	8,88	8,616	8,37	8,16
0,68	11,17	11	10,838	10,654	10,505	10,36	10,2	10,056	9,91	9,752	9,47	9,2	8,92	8,68	8,466
0,7	11,5	11,336	11,168	11,002	10,848	10,685	10,525	10,36	10,23	10,08	9,78	9,52	9,25	9,02	8,774
0,72	11,835	11,668	11,503	11,336	11,176	11,018	10,865	10,712	10,566	10,42	10,128	9,85	9,582	9,324	9,1
0,74	12,17	12	11,834	11,668	11,507	11,346	11,191	11,036	10,893	10,75	10,46	10,175	9,921	9,662	9,42
0,76	12,5	12,334	12,167	12	11,837	11,674	11,517	11,36	11,22	11,08	10,792	10,5	10,25	10	9,74
0,78	12,835	12,667	12,502	12,334	12,175	12,016	11,851	11,686	11,547	11,408	10,792	10,5	10,25	10,31	10,084
0,8	13,17	13	12,834	12,664	12,508	12,348	12,185	12,016	11,872	11,736	11,44	11,16	10,95	10,62	10,368
0,82	13,5	13,334	13,166	13,002	12,838	12,677	12,516	12,356	12,212	12,068	11,77	11,486	11,218	10,943	10,684
0,84	13,835	13,664	13,502	13,336	13,176	13,016	12,858	13,7	12,55	12,4	12,1	11,872	11,596	11,266	11,1
0,86	14,17	14,001	13,835	13,67	13,484	13,348	13,184	13,031	12,87	12,76	12,43	12,15	11,868	11,799	11,33
0,88	14,5	14,334	14,169	14,004	13,842	13,68	13,521	13,362	13,201	13,06	12,76	12,49	12,2	11,92	11,66
0,9	14,835	14,667	14,503	14,338	14,175	14,012	13,833	13,683	13,546	13,39	13,087	12,811	12,525	12,26	11,99
0,92	15,17	15	14,836	14,672	14,508	14,344	14,184	14,024	13,872	13,72	13,414	13,132	12,85	12,6	12,32
0,94	15,5	15,334	15,169	15,004	14,843	14,679	14,522	14,364	14,211	14,061	13,746	13,458	13,177	12,906	12,64
0,96	15,835	15,668	15,502	15,336	15,175	15,014	14,852	14,704	14,553	14,402	14,072	13,784	13,504	13,212	12,96
0,98	16,17	16,001	15,836	15,67	15,509	15,348	15,19	15,032	14,918	14,724	14,407	14,112	13,824	13,536	13,282
1	16,5	16,334	16,169	16,004	15,843	15,682	15,521	15,36	15,203	15,046	14,742	14,44	14,152	13,86	13,604

$H_3, \text{ м}$

$H_{\text{квл}}, \text{ м}$

	0,22	0,24	0,26	0,28	0,3	0,32	0,34	0,36	0,38	0,4	0,42	0,44	0,46	0,48	0,5
0,02	0,022	0,02	0,019	0,018	0,017	0,016	0,015	0,014	0,013	0,012	0,011	0,01	0,009	0,008	0,007
0,04	0,082	0,076	0,07	0,064	0,06	0,056	0,054	0,052	0,05	0,048	0,046	0,044	0,042	0,04	0,038
0,06	0,173	0,161	0,16	0,14	0,132	0,124	0,119	0,114	0,108	0,102	0,096	0,092	0,098	0,084	0,08
0,08	0,29	0,272	0,255	0,24	0,237	0,216	0,204	0,192	0,184	0,176	0,17	0,164	0,158	0,152	0,147
0,1	0,434	0,404	0,38	0,36	0,34	0,324	0,308	0,294	0,281	0,27	0,26	0,25	0,24	0,23	0,22
0,12	0,598	0,56	0,528	0,5	0,47	0,448	0,425	0,404	0,389	0,376	0,364	0,346	0,343	0,322	0,312
0,14	0,78	0,732	0,692	0,654	0,622	0,592	0,565	0,54	0,517	0,496	0,476	0,458	0,44	0,424	0,41
0,16	0,972	0,916	0,866	0,824	0,784	0,748	0,714	0,684	0,656	0,628	0,6	0,58	0,56	0,544	0,534
0,18	1,18	1,116	1,058	1,006	0,959	0,916	0,876	0,84	0,806	0,776	0,748	0,721	0,696	0,672	0,65
0,2	1,4	1,328	1,26	1,2	1,146	1,096	1,05	1,008	0,97	0,936	0,901	0,868	0,836	0,81	0,785
0,22	1,628	1,548	1,47	1,406	1,35	1,3	1,252	1,198	1,149	1,107	1,07	1,034	1,	0,968	0,938
0,24	1,863	1,776	1,685	1,62	1,55	1,488	1,43	1,376	1,324	1,276	1,234	1,196	1,158	1,12	1,085
0,26	2,11	2,016	1,924	1,844	1,766	1,69	1,626	1,568	1,52	1,47	1,424	1,376	1,328	1,292	1,255
0,28	2,368	2,26	2,162	2,076	1,99	1,912	1,845	1,776	1,71	1,656	1,604	1,56	1,518	1,464	1,425
0,3	2,625	2,511	2,402	2,316	2,220	2,144	2,065	1,992	1,92	1,86	1,8	1,75	1,698	1,644	1,595
0,32	2,898	2,772	2,65	2,552	2,46	2,364	2,285	2,212	2,12	2,064	2	1,944	1,888	1,832	1,775
0,34	3,17	3,03	2,9	2,8	2,7	2,602	2,516	2,432	2,33	2,224	2,21	2,154	2,088	2,032	1,965
0,36	3,438	3,3	3,17	3,06	3,06	2,852	2,756	2,668	2,55	2,504	2,43	2,36	2,288	2,232	2,155
0,38	3,718	3,58	3,42	3,32	3,206	3,1	2,996	2,908	2,812	2,734	2,65	2,586	2,5	2,412	2,365
0,4	4,007	3,86	3,71	3,584	3,46	3,348	3,236	3,148	3,052	2,96	2,88	2,8	2,725	2,652	2,58
0,42	4,295	4,14	3,99	3,864	3,732	3,618	3,486	3,39	3,302	3,21	3,114	3,02	2,94	2,868	2,79
0,44	4,576	4,48	4,284	4,14	4,002	3,88	3,746	3,65	3,552	3,46	3,354	3,256	3,174	3,088	2,99
0,46	4,874	4,71	4,554	4,41	4,272	4,14	4,006	3,9	3,792	3,7	3,604	3,486	3,4	3,318	3,21
0,48	5,176	4,992	4,832	4,684	4,552	4,4	4,256	4,122	4,032	3,936	3,83	3,726	3,636	3,552	3,45
0,5	5,475	5,3	5,122	4,98	4,825	4,68	4,526	4,422	4,302	4,2	4,066	3,956	3,876	3,79	3,7
0,52	5,775	5,6	5,41	5,27	5,105	4,96	4,806	4,69	4,562	4,45	4,316	4,206	4,13	4,032	3,94
0,54	6,06	5,88	5,71	5,55	5,382	5,24	5,076	4,952	4,822	4,71	4,59	4,476	4,37	4,278	4,18
0,56	6,37	6,184	6,014	5,824	5,662	5,52	5,356	5,232	5,092	4,976	4,85	4,736	4,63	4,52	4,42
0,58	6,67	6,484	6,3	6,12	5,95	5,8	5,626	5,502	5,362	5,236	5,11	4,986	4,88	4,77	4,67
0,6	6,98	6,79	6,6	6,42	6,24	6,08	5,906	5,78	5,635	5,5	5,38	5,246	5,13	5,022	4,92
0,62	7,282	7,092	6,9	6,72	6,54	6,36	6,186	6,06	5,915	5,78	5,65	5,51	5,39	5,262	5,17
0,64	7,582	7,392	7,202	7,02	6,83	6,656	6,466	6,348	6,195	6,056	5,93	5,766	5,65	5,544	5,42
0,66	7,92	7,71	7,512	7,32	7,14	6,95	6,756	6,645	6,485	6,346	6,21	6,036	5,92	5,81	5,68

$H_{\text{к.л.}} \cdot \text{м}$	$H_s, \text{ м}$														
	0,22	0,24	0,26	0,28	0,3	0,32	0,34	0,36	0,38	0,4	0,42	0,44	0,46	0,48	0,5
0,68	8,24	8,02	7,82	7,63	7,43	7,25	7,046	6,92	6,765	6,62	6,47	6,306	6,19	6,08	5,96
0,7	8,55	8,33	8,12	7,917	7,73	7,55	7,446	7,2	7,045	6,9	6,748	6,576	6,46	6,34	6,22
0,72	8,86	8,64	8,43	8,24	8,064	7,84	7,726	7,448	7,325	7,176	7,027	6,856	6,72	6,6	6,48
0,74	9,18	8,94	8,73	8,54	8,354	8,15	8,026	7,778	7,615	7,466	7,318	7,136	6,99	6,86	6,74
0,76	9,5	9,27	9,05	8,84	8,64	8,45	8,326	8,08	7,915	7,76	7,608	7,416	7,27	7,13	7
0,78	9,82	9,6	9,37	9,15	8,94	8,75	8,626	8,38	8,195	8,04	7,878	7,696	7,55	7,41	7,28
0,8	10,14	9,92	9,68	9,46	9,24	9,044	8,926	8,68	8,495	8,33	8,188	7,996	7,85	7,71	7,57
0,82	10,34	10,21	9,98	9,78	9,55	9,364	9,226	8,97	8,785	8,62	8,48	8,29	8,14	7	7,85
0,84	10,75	10,512	10,292	10,08	9,86	9,66	9,526	9,27	9,085	8,92	8,78	8,59	8,43	8,28	8,136
0,86	11,07	10,79	10,602	10,4	10,185	9,97	9,82	9,57	9,385	9,22	9,08	8,89	8,72	8,57	8,426
0,88	11,396	11,16	10,93	10,72	10,495	10,28	10,13	9,88	9,695	9,52	9,37	9,18	8,99	8,86	8,69
0,9	11,73	11,475	11,25	11,09	10,8	10,6	10,39	10,135	9,99	9,81	9,66	9,46	9,286	9,14	8,975
0,92	12,06	11,81	11,57	11,38	11,11	10,92	10,7	10,49	19,29	10,11	9,96	9,76	9,596	9,48	9,25
0,94	12,38	12,12	11,87	11,65	11,42	11,22	11	10,79	10,59	10,4	10,24	10,06	9,896	9,71	9,54
0,96	12,69	12,432	12,182	11,96	11,735	11,52	11,294	11,084	10,88	10,7	10,58	10,36	10,196	10,006	9,83
0,98	13,02	12,722	12,512	12,28	12,05	11,83	11,594	11,354	11,17	11	10,83	10,668	10,480	10,304	10,13
1	13,34	13,076	12,84	12,6	12,38	12,14	11,87	11,624	11,46	11,31	11,13	10,97	10,78	10,595	10,411

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Моисеев П. И. Комплексная механизация и автоматизация строительства в третьем году пятилетки. «Механизация строительства», 1973, № 2.
2. Доможиров Г. Н. Строители в девятой пятилетке. М., Стройиздат, 1973.
3. Шкинёв А. Н. Государственные стандарты, нормы, правила — основа технического прогресса в строительстве. «Промышленное строительство», 1972, № 6.
4. Корнеев Н. А. Графо-аналитический метод проектирования вертикальной планировки. М., Стройиздат, 1968.
5. Марионков К. С. Основы проектирования производства строительных работ. М., Стройиздат, 1964.
6. Мантуров О. В., Солнцев Ю. К. и др. Толковый словарь математических терминов. М., «Наука», 1965.
7. Страментов А. Е., Станкеев В. М., Меркулов Е. А. Вертикальная планировка городских территорий. М., Госстройиздат, 1960.
8. Матысик Г. П. Вертикальная планировка. Киев, ГСИ, 1946.
9. Чечик А. А. Сравнительный анализ методов исчисления объемов земляных работ. Дис., КИСИ, 1946.
10. Раецкий Н. Н. Подсчет объемов и основы распределения земляных масс при вертикальной планировке площадей. Дис., ЛИСИ, 1953.
11. Видуев Н. Г., Гржибовский В. П. Геодезическое проектирование вертикальной планировки. М., «Недра», 1964.
12. Мулин В. И. Усовершенствование подсчета объемов земляных работ при вертикальной планировке. «Промышленное строительство», 1965, № 2.
13. Мулин В. И. Сопоставление методов определения объемов земляных работ при вертикальной планировке. «Промышленное строительство», 1968, № 3.
14. Мулин В. И. Расчет средневзвешенной дальности перемещения грунта. «Промышленное строительство», 1967, № 4.
15. Мулин В. И. Подсчет объемов земляных работ в переходных квадратах. «Промышленное строительство», 1969, № 3.
16. Мулин В. И. Таблицы и номограммы для подсчета объемов земляных работ при вертикальной планировке. М., Стройиздат, 1970.
17. Мулин В. И. Новый способ определения оптимального распределения грунта. «Промышленное строительство», 1970, № 12.
18. Мулин В. И. Новый способ определения средневзвешенной дальности перемещения грунта при вертикальной планировке территорий. «Промышленное строительство», 1971, № 9.
19. Мулин В. И. Исследование и совершенствование методики проектирования картограмм земляных работ при вертикальной планировке территорий. Автореферат. ЛИСИ, 1971.
20. Мулин В. И. О точности подсчета объемов земляных работ. «Промышленное строительство», 1972, № 6.
21. Смирнов Н. А. Технология строительного производства. М., Стройиздат, 1960.
22. Смирнов Н. А., Давидсон М. Г. и др. Технология строительного производства. М., Стройиздат, 1963.

23. Сошин А. В., Соколов Н. М. и др. Технология строительного производства. М., Стройиздат, 1964.
24. Бизюкин Д. Д. Технология строительного производства. М., Госстройиздат, 1951.
25. Чихачёв В. В. Методы определения отметки вертикальной планировки строительных площадок. М., ГСИ, 1936.
26. Пентковский Н. И. Сборник задач по производству строительных работ. М., «Высшая школа», 1963.
27. Ломакин В. А. Марков Д. А. Технология и организация строительного производства. М., Стройиздат, 1964.
28. Хайкин Я. М. Номограммы для подсчета земляных работ при вертикальной планировке. «Промышленное строительство», 1966, № 11.
29. Воробьев И. А. Подсчет земляных работ в переходных и полных квадратах со сторонами 20×20 м и 40×40 м (таблицы). М., Стройиздат, 1962.
30. Единые нормы и расценки. Сборник 2. Земляные работы. Вып. 1. М., Стройиздат, 1964.
31. Единые районные единичные расценки. Сборник 1. Земляные работы. М., Стройиздат, 1970.
32. Ценник № 3. Автомобильный транспорт. М., Стройиздат, 1970.
33. Брыкин С. В. Методика подсчета баланса земляных масс. М., ВЗИИТМ, 1963.
34. Страментов Е. Ф. Новый метод расчета и проектирования вертикальной планировки больших площадей. М., Госстройиздат, 1941.
35. Кутьинов Ф. И. Распределение земляных масс при планировке. М., ГСИ, 1940.
36. Анюховский А. Н., Вьюлов В. Н. и др. Сборник задач по технологии строительного производства. Под ред. Е. В. Платонова. М., Стройиздат, 1967.
37. Молоканов Н. М., Новожилов Г. Ф., Рогонский В. А. Оптимальное решение вертикальной планировки территорий. «Промышленное строительство», 1967, № 8.
38. Шульга В. Я. Распределение земляных масс при устройстве земляного полотна. М., Изд-во МИИТ, 1950.
39. Канторович Л. В., Горстко А. Б. Математическое оптимальное программирование. М., «Знание», 1968.
40. Данциг Дж. Линейное программирование, его применение и обобщение. М., «Знание», 1968.
41. Мулин В. И. Определение объемов земляных работ на участках откосов при сложном рельефе. «Промышленное строительство», 1973, № 8.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Введение	5
Глава I. Анализ существующих методов расчета основных параметров вертикальной планировки	10
1. Классификация способов подсчета частных объемов земляных работ и аналитическая оценка их точности	10
2. Оценка способов определения средней дальности перемещения земляных масс	40
3. Оценка методов распределения земляных масс на площадке	48
Глава II. Усовершенствование способа треугольников для подсчета частных объемов	52
1. Подсчет объемов земляных работ в полных квадратах	52
2. Подсчет объемов земляных работ в переходных квадратах	57
3. Подсчет объемов прунта и трассировочных ординат на откосных участках	70
Глава III. Определение средневзвешенной дальности перемещения земляных масс	78
1. Интегральная интерпретация графоаналитического метода Ф. И. Кутынова	78
2. Точный способ определения средневзвешенной дальности перемещения земляных масс	80
Глава IV. Оптимальное программирование распределения земляных масс на строительной площадке	87
1. Теоретические основы линейного программирования, используемые в решении задачи распределения земляных масс	87
2. Региональная интерпретация задачи на оптимизацию распределения земляных масс	92
3. Распределение земляных масс по сокращенному алгоритму линейного программирования	96
Глава V. Техничко-экономическая эффективность новой методики расчета параметров вертикальной планировки на примере реального объекта	102
1. Категория эффективности	102
2. Общая характеристика объекта	103
3. Подсчет объемов земляных работ	104
4. Определение средневзвешенной дальности перемещения грунта	111
5. Распределение земляных масс внутри площадки	116
6. Стоимостная оценка работ по сравниваемым способам подсчета объемов	128
Приложения:	
1. Объемы полных призматойдов при $a=10$ м	132
2. Объемы призматойдов при $a=50$ м	135
3. Объемы пирамид при $h_3=0,12$ м	137
4. Объемы пирамид при $h_3=0,17$ м	138
5. Объемы клина при $a=10$ м	139
Список литературы	143

Хр. 3

Цена 43 к.

6 2313

44

33155